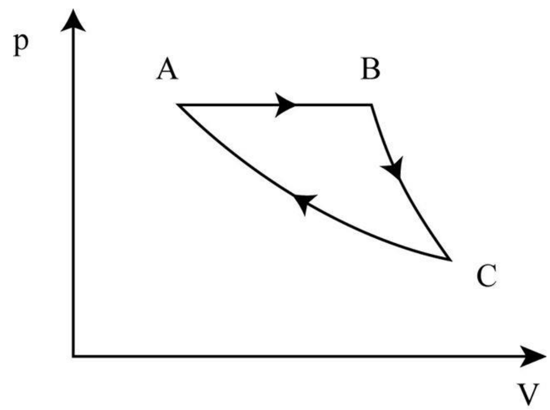
Lösningar FAFA35 190425

1a. $S = 1380\ \text{W/m}^2$

1b. $P_{\text{värme}} = 34.5\ \text{kW}$

2. $P_{\text{en}} = \dfrac{\Delta T}{R_{\text{tot}}} = 672\ \text{W}.$ Totalt för fyra väggar blir det 2.69 kW, d.v.s. den producerade värmen i 1b) räcker mer än väl. I praktiken måste dock den producerade elen kunna lagras från dag till natt och för dagar utan direkt sol o.s.v.

3a.



3b. I punkten A: $p_A = 5$ atm, $T_A = 600$ K och $V_A = \dfrac{nRT}{p_A} = 19.7\ \ell$

I punkten B: $p_B = p_A = 5$ atm, $V_B = 2V_A = 39.4\ \ell$ och $T_B = p_B V_B / nR = 1200$ K

I punkten C: Isoterm mellan C och A => $T_C = T_A = 600$ K

Adiabat mellan B och C. 2-atomig gas => $\gamma = 7/5 = 1.4$

$$T_B V_B^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1} \Rightarrow V_C = V_B \left(\frac{T_B}{T_C}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = 223\ \ell$$

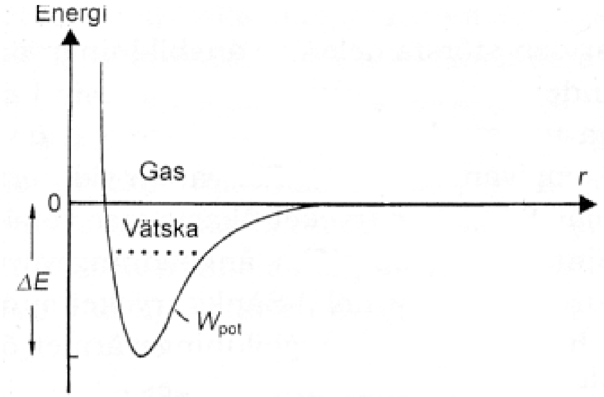
$$p_C = \frac{nRT}{V_C} = 0.44\ \text{atm}$$

3c. $W_{AB} = p \cdot \Delta V = p \cdot (V_B - V_A) = 9.98\ \text{kJ}$

$$W_{BC} = -nC_V (T_C - T_B) = -n\frac{5}{2} R (T_C - T_B) = 24.9\ \text{kJ}$$

$$W_{CA} = \int_{V_C}^{V_A} p\,dV = nRT_C \ln(V_A / V_C) = -24.2\ \text{kJ}$$

4a. Den potentiella energin i en gas som funktion av avståndet mellan atomerna visas i figuren nedan.



Den totala energin $E = U + K$. Den totala kinetiska energin i 2 mol av gasen beror på temperaturen enligt: $< K_{\text{en}} > = \frac{3}{2}kT \Rightarrow K = 2 \cdot N_{\text{A}} \cdot \frac{3}{2}kT = 3RT = 2{,}99 \text{ kJ},$ oberoende av atomtyp. Den totala energin är då 2,99 - 1,10 = 1,89 kJ. Ett positivt värde visar att atomerna är i gasfas.

4b. När gasen expanderar och fyller ut den nya stora volymen kan man anta att ädelgasatomerna är så långt från varandra att den potentiella energin är noll, d.v.s. vi har en ideal gas med temperaturen T_2. $U = 0 \Rightarrow K = E = 1{,}89 \text{ kJ} \Rightarrow 3RT_2 = 1{,}89 \text{ kJ} \Rightarrow T_2 = 75{,}8 \text{ K}$

5a. Rydbergskonstanten för väte blir:

$$R_H = R_\infty \frac{M}{M+m} = 109737 \cdot \frac{1 \text{ u}}{1 \text{ u} + (1/1836) \text{ u}} \text{ cm}^{-1} = 109678 \text{ cm}^{-1} = 13{,}5975 \text{ eV}.$$

$$\lambda = 11{,}30\ \mu\text{m} = 11{,}30 \cdot 10^{-4} \text{ cm} \Rightarrow \sigma = 1/\lambda = 884{,}95 \text{ cm}^{-1}$$

$$\lambda = 1{,}817\ \mu\text{m} = 1{,}817 \cdot 10^{-4} \text{ cm} \Rightarrow \sigma = 1/\lambda = 5503{,}6 \text{ cm}^{-1}$$

Enligt Rydbergs formel med $n_1 < n_2 = 9$ och $Z = 1$ gäller:

$$\frac{1}{n_1^2} = \frac{\sigma}{R_H} + \frac{1}{9^2} \Rightarrow n_1 = 7 \text{ respektive } 4.$$

5b. Bindningsenergin i väte ges av $E_n = 13{,}5975 \cdot \frac{1^2}{n^2}$ eV. För $n = 9$ blir $E = 0{,}1679$ eV.

6. Den radiella fördelningsfunktionen ges av $P(r) = r^2 R^2,$ där r^2 kommer från volymselementet i polära koordinater.

$$P(r) = C \cdot r^6 e^{-2r/3} \Rightarrow P'(r) = C \cdot (6r^5 e^{-2r/3} - \frac{2}{3} r^6 e^{-2r/3}) = C \cdot r^5 e^{-2r/3} (6 - \frac{2}{3} r)$$

$$P'(r) = 0 \ (r > 0) \Leftrightarrow 6 - \frac{2}{3} r = 0 \Leftrightarrow r = 9. \text{ d.v.s. } r = 9\text{a}_0.$$

Vilket stämmer med Bohr: $r_n = a_0 \frac{n^2}{Z^2}$ med $n = 3$ och $Z = 1$.

7a. Om elektronen avger hela sin energi till en Röntgenfoton fås kortas möjliga våglängd.

$$eV = \frac{hc}{\lambda_{\min}} = 35 \text{ keV}, \quad \lambda_{\min} = 35 \text{ pm enligt figuren}$$

7b. För K_α strålning gäller:

$$\frac{1}{\lambda_{K_\alpha}} = R_\infty (Z-1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) \Rightarrow Z = 42.5, \text{ med } \lambda_{K_\alpha} = 70.5 \text{ pm. D.v.s. Mo eller Tc}.$$

7c. $$\frac{1}{\lambda_{K_\beta}} - \frac{1}{\lambda_{K_\alpha}} = \frac{1}{\lambda_{L_\alpha}} \Rightarrow \lambda_{L_\alpha} = 592 \text{ pm}, \text{ med } \lambda_{K_\beta} = 63 \text{ pm}.$$

8. Se föreläsningen och boken, bl.a. Kap 18-8 och kinetisk gasteori (Maxwell-Boltzmannfördelningen) i Kap 17.4