LUNFD6/(NFRA-3040)/1-126/1983
LUMEDW/(MERI-3040)/1-126/1983

# JONISERANDE STRÅLNINGS VÄXELVERKAN MED MATERIA

LARS HALLSTADIUS

SVEN HERTZMAN

RADIOFYSISKA INSTITUTIONEN
LUNDS UNIVERSITET
LASARETTET
LUND

OKTOBER 1984

FÖRORD

Vid tillämpningar av radioaktiva nuklider och joniserande strålning inom medicin och biologi utgör växelverkan mellan strålning och materia ett centralt begrepp. Detta kompendium omfattar en elementär beskrivning av fotoners, laddade partiklars och neutroners växelverkansprocesser. Det är avsett att användas vid den grundläggande radiofysikutbildningen inom området joniserande strålnings växelverkan med materia. Vi förutsätter således att läsaren har kärnfysikaliska grundkunskaper.

De begrepp och fenomen som fr a behandlas är:

- Fotoelektrisk effekt, comptonprocess och parbildning för fotoner. Fotoners attenuering (linjär- och massattenueringskoefficient, massenergiöverförings- och massenergiabsorptionskoefficient, buildup-faktor). Attenueringens beroende av fotonenergi och absorbatormaterialets atomnummer.

- Laddade partiklars växelverkansprocesser. Kollisions- och strålningsförluster. Bromsförmåga och linjär energiöverföring. Partiklarnas räckvidd. Räckviddsrelationer.

- Elastisk- och inelastisk spridning av neutroner. Spridningstvärsnitt. Spridningsprocessernas beroende av neutronens energi. Attenuering av neutroner.

- De grundläggande begreppen rymdvinkel och tvärsnitt (träffyta) beskrivs kortfattat i två appendix.

Vid definition av storheter samt vid val av beteckningar och enheter följer vi de rekommendationer som utfärdats av ICRU (International Commission on Radiation Units and Measurements) (ICRU Report 33).

Det relativt sett stora utrymme som ägnas åt fotoners växelverkan och attenuering motiveras bl a av den ledande ställning som fotonstrålning har inom radioterapin. På god andraplats följer elektroner men även andra typer av joniserande strålning utnyttjas (neutroner, $\pi$-mesoner och protoner).

Lars Hallstadius och Sven Hertzman
Lunds Universitet
Institutionen för Radiofysik
Lasarettet
221 85 Lund

INNEHÅLLSFÖRTECKNING


1. INLEDNING ..... 1

2. FOTONENS VÄXELVERKAN ..... 5

2.1 Inledning ..... 5
2.2 Fotoprocessen ..... 6
2.3 Comptonprocessen ..... 13
2.4 Parbildningsprocessen ..... 24
2.5 Koherent spridning ..... 29
2.6 Kärnfotoeffekt och kärnresonansspridning ..... 30
2.7 Fotonens attenuering ..... 31

2.7.1 Den linjära attenueringskoefficienten ..... 31
2.7.2 Massattenueringskoefficienten ..... 35
2.7.3 Massenergiöverföringskoefficienten ..... 44
2.7.4 Massenergiabsorptionskoefficienten ..... 46
2.7.5 Buildup-faktorn ..... 48

3. LADDADE PARTIKLARS VÄXELVERKAN ..... 51

3.1 Inledning ..... 51
3.2 Växelverkansprocesser ..... 52
3.3 Inelastiska kollisioner med atomära elektroner ..... 55
3.4 Inelastiska kollisioner med en atomkärna ..... 68
3.5 Elastiska kollisioner med en atomkärna ..... 74
3.6 Cerenkovstrålning ..... 76
3.7 Räckvidd och räckviddsrelationer ..... 76
3.8 Scaling ..... 89
3.9 Positroner ..... 92
3.10 π-mesoner ..... 92

4. NEUTRONENS VÄXELVERKAN ..... 95

4.1 Inledning ..... 95
4.2 Växelverkansprocesser ..... 97

4.2.1 Allmänt ..... 97
4.2.2 Låg neutronenergi ..... 102
4.2.3 Hög neutronenergi ..... 113

4.3 Något om attenuering av neutroner ..... 114

APPENDIX A: Något om rymdvinklar ..... 119

APPENDIX B: Något om tvärsnitt ..... 123

## 1. INLEDNING

Jonisation är en process vid vilken en eller flera elektroner frigöres från en atom, molekyl eller något annat bundet tillstånd. Joniserande strålning utgörs av partiklar med så hög energi att de kan förorsaka jonisation i det bestrålade materialet. Laddade partiklar, med tillräcklig kinetisk energi för att kunna producera jonisation genom kollisioner med materialets atomer, kallas direkt joniserande partiklar (t ex elektroner, π-mesoner, protoner, α-partiklar, tunga kärnor). Oladdade partiklar, som fotoner och neutroner, är indirekt joniserande. Vid sin växelverkan kan dessa frigöra direkt joniserande partiklar, exempelvis elektroner eller protoner. En oladdad partikel ger vid sin växelverkan bara någon/några enstaka fria laddade partiklar som, i sin tur, orsakar den absoluta merparten av alla jonisationer i materialet. Därav beteckningen: indirekt joniserande.
Strålningens energi per partikel anges vanligen i enheten elektronvolt, eV. 1 eV = $1.602 \cdot 10^{-19}$ J.

En energideponerande händelse betecknar en händelse vid vilken energi tillföres en specificerad volym materia genom växelverkan med en joniserande partikel eller en grupp av joniserande partiklar. För varje joniserad atom/molekyl absorberas i genomsnitt en energimängd av omkring 30 eV.

Själva begreppet växelverkan antyder en ömsesidig påverkan mellan strålning och bestrålad materia. Strålningen påverkar materien genom att direkt eller indirekt förorsaka jonisationer och excitationer som i sin tur ger kemiska och eventuellt biologiska förändringar. Samtidigt påverkas strålningens egenskaper (energi och utbredning)

genom materiens närvaro.

Det finns ett stort urval av möjliga växelverkansprocesser för olika typer av strålning och inom olika energiintervall. En viktig principiell skillnad föreligger mellan fotoners och neutroners växelverkan å ena sidan och laddade partiklars å den andra. I det förra fallet är sannolikheten för växelverkan relativt liten: partikeln kan penetrera materia utan att någonting händer. När väl en växelverkan äger rum medför denna i gengäld ofta en drastisk förlust av energi hos partikeln. Vi kan kalla detta en statistisk inbromsningsprocess. Laddade partiklar genomgår däremot ett mycket stort antal växelverkansprocesser som vardera innebär en ganska liten energiöverföring: vi har en i det närmaste kontinuerlig inbromsning.

Fotoner är indirekt joniserande partiklar som vid sin växelverkan ger upphov till fria sekundära elektroner. Neutroner är också indirekt joniserande men frigör laddade partiklar via växelverkan med atomkärnorna. Negativa π-mesoner är laddade partiklar som kan antingen själva jonisera direkt eller producera sekundära direkt joniserande partiklar via kärnväxelverkan. Tunga joner är direkt joniserande partiklar.

De av fotoner producerade sekundärelektronerna är lätta partiklar som skapar en gles (diffus) jonisation längs sina banor, medan tunga joner liksom de av π-mesoner och neutroner producerade tunga laddade partiklarna är tätjoniserande, dvs energin överförs mycket koncentrerat längs partikelbanan. Mönstret av jonisationer längs de olika partikelbanorna är således helt olika. I vävnad bestrålad med gles- respektive tätjoniserande strålning blir följaktligen den mikroskopiska energifördelningen helt olika, vilket i sin tur

förorsakar skillnader i effekt på det bestrålade materialet. Den biologiska effekten på levande vävnad beror dessutom på en rad biologiska och fysiologiska faktorer hos den bestrålade organismen.

Avgörande för effekten av en bestrålning är givetvis också hur mycket strålning som materialet eller vävnaden utsätts för. En naturlig mätstorhet för bestrålning är <u>energiabsorption per massenhet</u> i det bestrålade materialet. Storheten benämnes <u>absorberad dos</u>, enhet: 1 Gray (Gy) (1 Gy = 1 J/kg, äldre enhet: 1 rad, 100 rad = 1 Gy). Denna storhet är <u>makroskopisk</u>, dvs anger den energi som absorberas i ett masselement tillräckligt stort för att omfatta ett mycket stort antal energiöverföringar. I <u>mikroskopiska</u> masselement (som celler och cellkärnor), där kanske bara en eller ett par energideponerande händelser äger rum, varierar den absorberade energin per massenhet från masselement till masselement pga stora statistiska fluktuationer i energiöverföringen, speciellt vid låg absorberad dos.

Vi slutar avsnittet med ett litet problem värt att tänka igenom:
För synligt ljus, som har fotonenergier av storleksordningen 1 eV, gäller brytningslagen (dvs strålen ändrar riktning då den passerar en gränsyta) medan för fotonenergier hν ≈ 1 MeV (γ-strålning) vi inte får någon brytning. Vad orsakar denna skillnad?

## 2. FOTONENS VÄXELVERKAN

### 2.1 Inledning

En foton kan vid passage genom materia avge energi via väsentligen tre olika processer (inom det energiområde som mestadels är aktuellt inom radiofysiken, dvs mellan ett antal keV och några tiotal MeV):

1) Fotoprocessen. Praktiskt taget hela fotonens energi överförs till en bunden elektron, som därvid slits loss från sin atom (avsnitt 2.2).

2) Comptonprocessen. Fotonen kolliderar med en bunden elektron och lämnar platsen i en ny riktning och med förminskad energi (avsnitt 2.3).

3) Parbildningsprocessen. Fotonen förintas och ur den därvid tillgängliga energin skapas ett elektron-positron-par. Eventuellt överförs en del av den tillgängliga energin till en rekylelektron (triplettbildning) (avsnitt 2.4).

Ytterligare ett antal växelverkansprocesser är möjliga, varav några kommer att tas upp (avsnitt 2.5 och 2.6). Alla dessa är emellertid normalt av underordnad betydelse.

När de enskilda växelverkansprocesserna har behandlats, tar vi itu med mer övergripande problemställningar såsom hur en fotonstråle attenueras vid passage genom materia, vilken växelverkansprocess som dominerar och hur stor del av fotonenergin som absorberas lokalt respektive sprids vidare via nya fotoner (avsnitt 2.7).

## 2.2 Fotoprocessen

Vid en fotoprocess överlämnar fotonen hela sin energi till en atomär elektron (sånär som på en försumbart liten rekylenergi, se nedan). Energivillkoret kan därvid skrivas

$$h\nu = E_e + E_B \qquad (1)$$

$h\nu$ = den infallande fotonens energi

$E_e$ = elektronens kinetiska energi efter processen

$E_B$ = elektronens bindningsenergi, dvs den energi som åtgår till att slita loss den från atomen.

Processen efterlämnar en vakans i atomens elektronkonfiguration, oftast i det innersta skalet, K-skalet. Denna vakans fylls snabbt varvid den frigjorda energin utsänds antingen i form av en foton (karakteristisk röntgenstrålning) eller via en Augerelektron. Fotoprocessen åskådliggörs schematiskt i Fig 1.

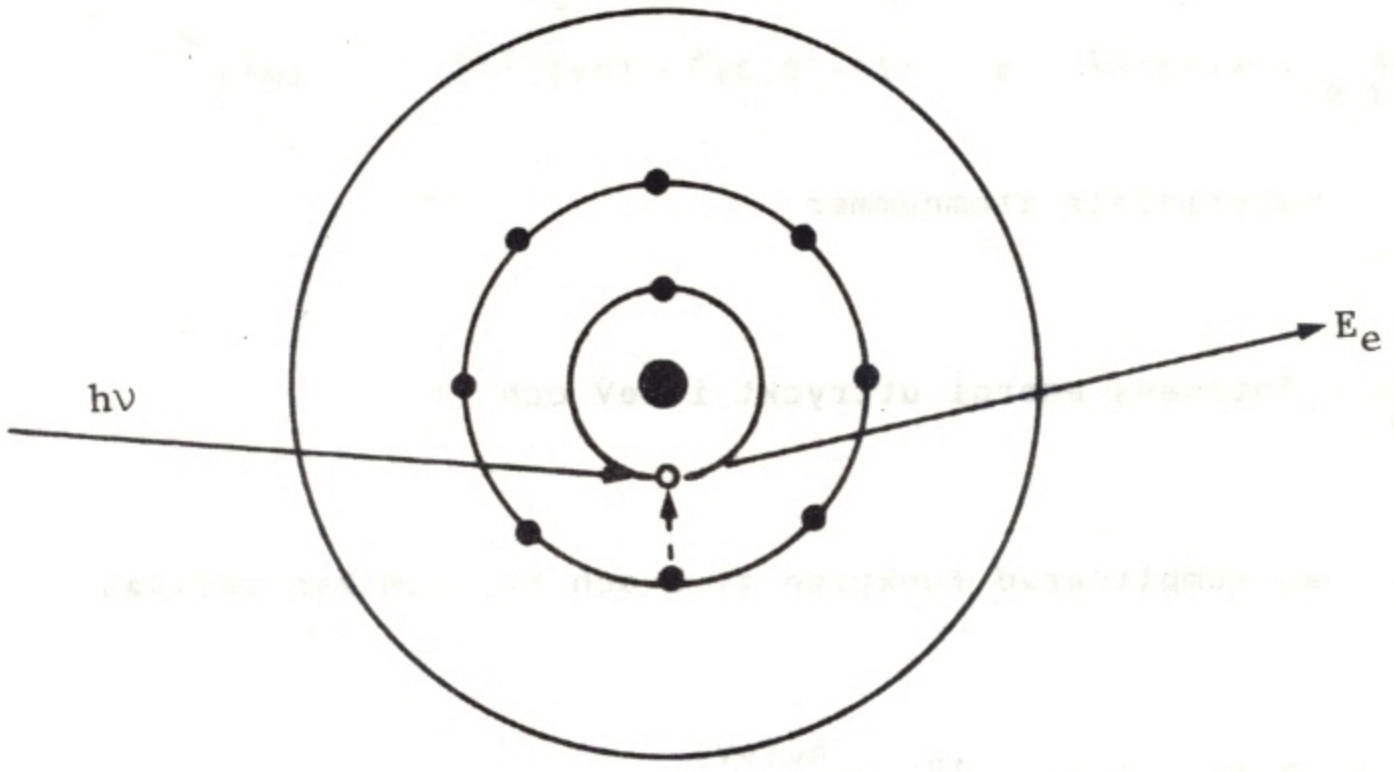



Fig 1. Fotoprocessen. En infallande foton med energin hν absorberas varvid en elektron med kinetiska energin $E_e$ emitteras. Den efterlämnade vakansen fylls snabbt under frigörande av energi.

Processen kan endast ske med en bunden elektron, ty atomkärnan måste ta upp en viss impuls för att denna skall kunna bevaras. Den till atomkärnan härvid överförda energin är emellertid försumbart liten pga kärnans stora massa (övertyga dig gärna om att detta är sant). En konsekvens härav är att sannolikheten för fotoabsorption är störst för hårt bundna elektroner, naturligtvis under förutsättning att fotonenergin är större än elektronernas bindningsenergi, dvs att $h\nu > E_B$ (se (1)). Under denna förutsättning svarar K-elektronerna för ca 80% av alla fotoprocesser, trots att de i t ex bly bara utgör 2/82 av det totala antalet tillgängliga elektroner.

Tvärsnittet per atom för fotoabsorption, $\sigma^a_{\gamma,e}$, har beräknats med kvantmekaniska metoder av Bethe:

$$\sigma^a_{\gamma,e} = 4 \cdot 10^{-27} \cdot s \cdot (Z - 0.3)^5 \cdot (h\nu)^{-7/2} \quad [m^2] \qquad (2)$$

Z = materialets atomnummer

hν = fotonens energi uttryckt i keV och

s = en komplicerad funktion av Z och hν, som kan skrivas

$$s = -0.18 + 0.28 \cdot {}^{10}\log\left(\frac{h\nu[eV]}{Z^2}\right) \qquad (3)$$

inom energiintervallet

$$10 < \frac{h\nu[eV]}{Z^2} < 10^4$$

hν skall räknas i keV i (2) och i eV i (3).

Ekvation (2) är giltig då fotoelektronen ej blir starkt relativistisk. Detta villkor är uppfyllt inom det energiområde där fotoprocessen är väsentlig. Naturligtvis skall också, för att (2) skall gälla, tröskelvillkoret, $h\nu > E_B$, vara uppfyllt för atomens samtliga elektroner.

Subskriptet $\gamma,e$ motiveras av att vid processen en foton absorberas medan en elektron emitteras. Energi- och Z-beroendet kan sammanfattas approximativt:

$$\sigma^a_{\gamma,e} \sim \frac{Z^5}{(h\nu)^{7/2}} \qquad (4)$$

Fotoprocessens betydelse ökar alltså mycket snabbt med ökande Z och minskande energi (ner till K-absorptionskanten).

Några exempel på tvärsnittets energiberoende visas i Fig 2. Vi ser det mycket starka energiberoendet samt absorptionskanterna svarande mot bindningsenergin i olika elektronskal. K-kanten ligger, som sig bör, högst i energi. Vi ser en mycket stor ökning i $\sigma^a_{\gamma,e}$ då hν växer förbi K-kanten (observera den logaritmiska skalan) vilket antyder K-elektronernas dominerande betydelse för fotoprocessen.

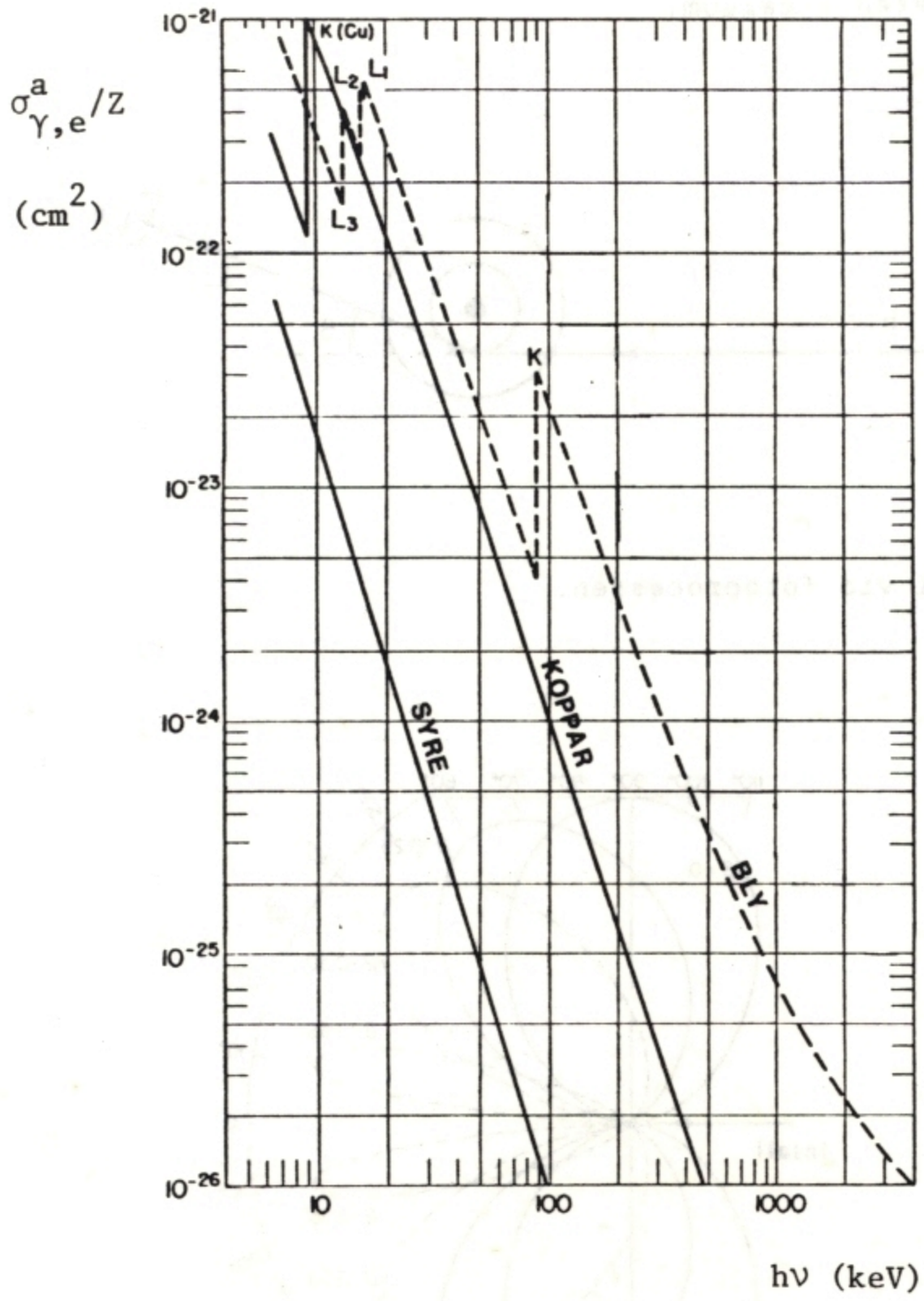



Fig 2. Tvärsnittet per atom för fotoeffekt, $\sigma^a_{\gamma,e}$, dividerat med kärnladdningen, Z, för syre, koppar och bly.

Riktningsfördelningen hos de emitterade elektronerna, foto-elektronerna, ges av

$$dN \sim \frac{\sin^2 \theta}{(1 - \beta \cdot \cos \theta)^4} \cdot d\Omega \qquad (5)$$

dN = det antal elektroner som emitteras inom rymdvinkelelementet dΩ och under vinkeln θ mot infallsriktningens förlängning, se Fig 3.

$\beta = v/c$, där v är elektronens hastighet (bestämd av (1)) och c ljushastigheten i vakuum.

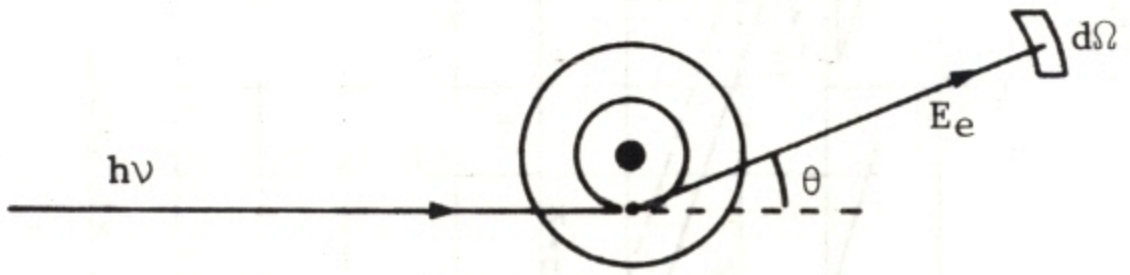



Fig 3. Geometri vid fotoprocessen.

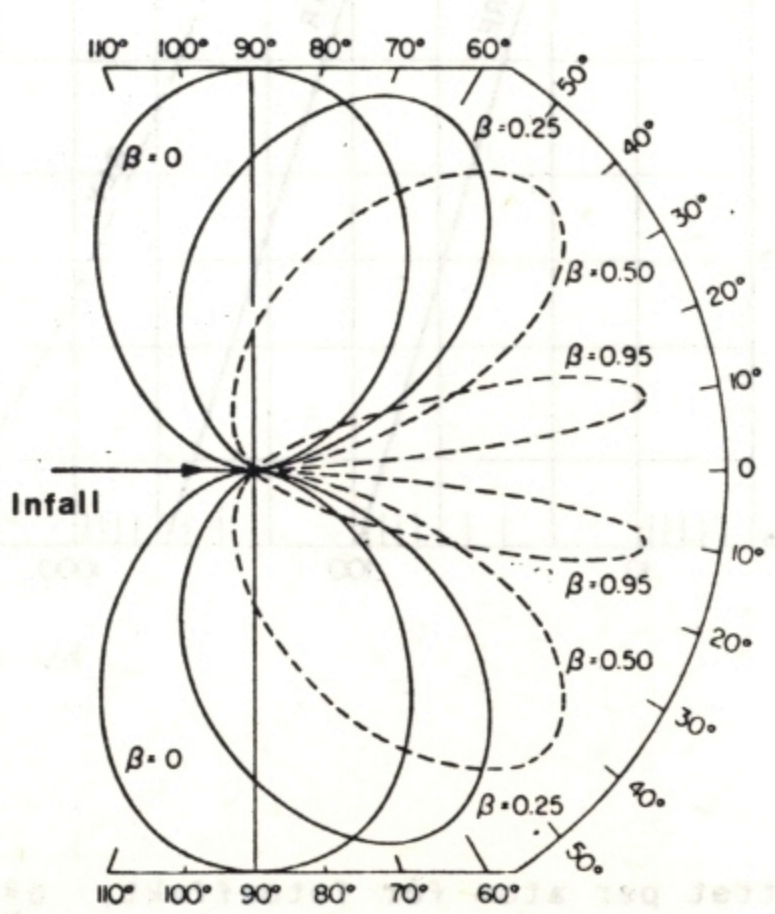



Fig 4. Riktningsfördelning hos fotoelektronerna i polära koordinater.

Riktningsfördelningen enligt (5) visas i Fig 4. Vi ser hur fördelningen med ökande energi blir alltmer framåtriktad och tenderar mot symmetri kring $\theta = 90^{o}$ vid minskande energi (se vad som händer med (5) om $\beta$ sätts till noll).

Den av fotoprocessen skapade vakansen i atomens elektronstruktur kan som nämndes fyllas antingen under emission av karakteristisk röntgenstrålning eller utsändandet av en Augerelektron. Det visar sig att Augereffekten dominerar för låg-Z-material medan röntgenemission dominerar vid höga Z. Ett mått på förhållandet är fluoroscensutbytet, $\omega$, vilket definieras som sannolikheten för att en given vakans skall fyllas under emission av en karakteristisk röntgenstrålningsfoton. Augerutbytet är följaktligen $1 - \omega$. Fluoroscensutbytet för K-skalet, $\omega_K$, visas som funktion av Z i Fig 5.

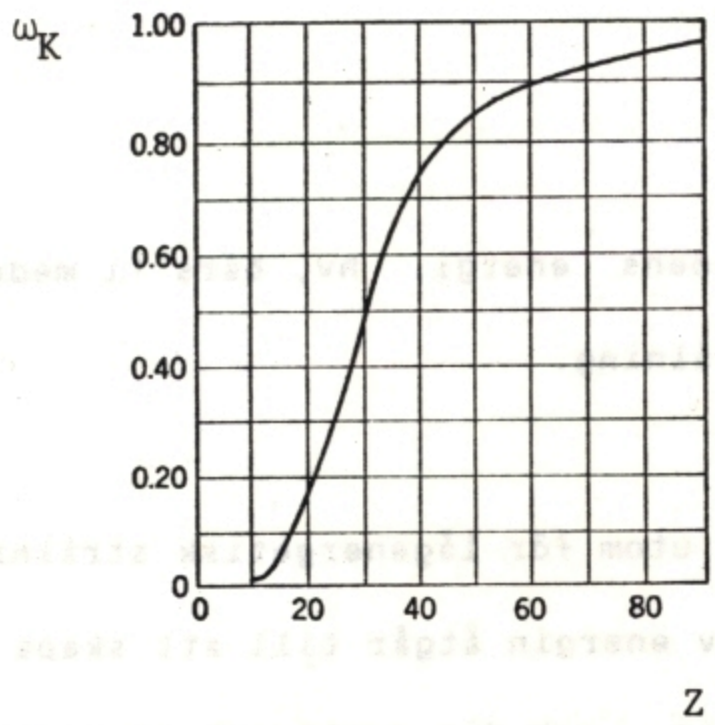



Fig 5. Fluorescensutbytet för K-skalet, $\omega_K$, som funktion av Z.

Riktningsfördelningen enligt (5) visas i Fig 4. Vi ser hur fördelningen med ökande energi blir alltmer framåtriktad och tenderar mot symmetri kring $\theta = 90^{o}$ vid minskande energi (se vad som händer med (5) om $\beta$ sätts till noll).

Den av fotoprocessen skapade vakansen i atomens elektronstruktur kan som nämndes fyllas antingen under emission av karakteristisk röntgenstrålning eller utsändandet av en Augerelektron. Det visar sig att Augereffekten dominerar för låg-Z-material medan röntgenemission dominerar vid höga Z. Ett mått på förhållandet är fluoroscensutbytet, $\omega$, vilket definieras som sannolikheten för att en given vakans skall fyllas under emission av en karakteristisk röntgenstrålningsfoton. Augerutbytet är följaktligen $1 - \omega$. Fluoroscensutbytet för K-skalet, $\omega_K$, visas som funktion av Z i Fig 5.

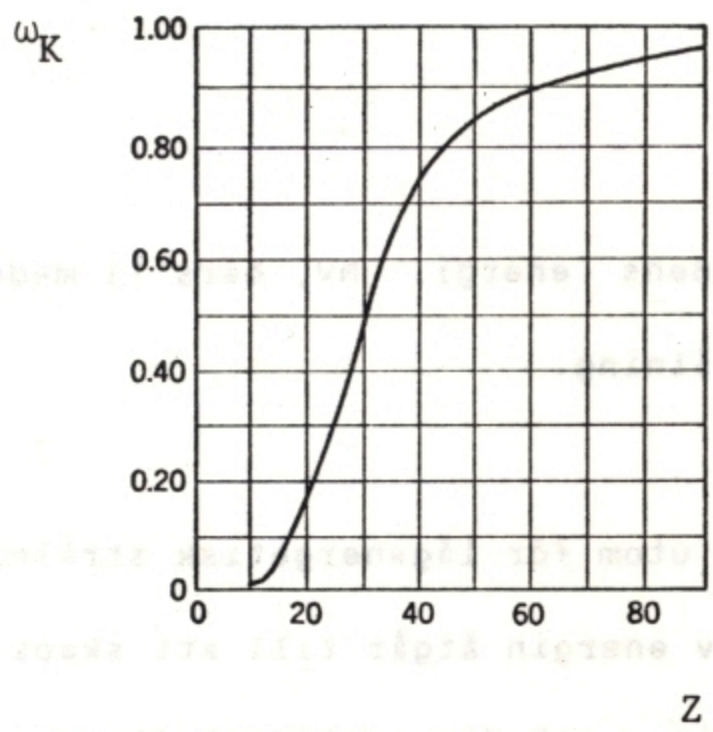



Fig 5. Fluorescensutbytet för K-skalet, $\omega_K$, som funktion av Z.

Normalt absorberas alltså nästan hela den infallande fotonens energi i den omedelbara omgivningen till platsen för fotoprocessen.

## 2.3 Comptonprocessen

Den infallande fotonen kolliderar här med en elektron och sprids med förminskad energi. Kollisionen kan betraktas som en elastisk stöt mellan två partiklar, foton och elektron. Se Fig 6. (Elastisk under förutsättning att den infallande fotonens energi är väsentligt större än elektronens bindningsenergi, så att elektronen kan betraktas som fri. Vi antar i det följande att denna förutsättning är uppfylld, vilket också för det mesta är fallet inom det energiområde där comptoneffekten är av intresse.)

Energilagen:

$$h\nu = h\nu' + E_e \tag{8}$$

Impulslagen:

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cdot \cos\theta + p \cdot \cos\phi \tag{9}$$

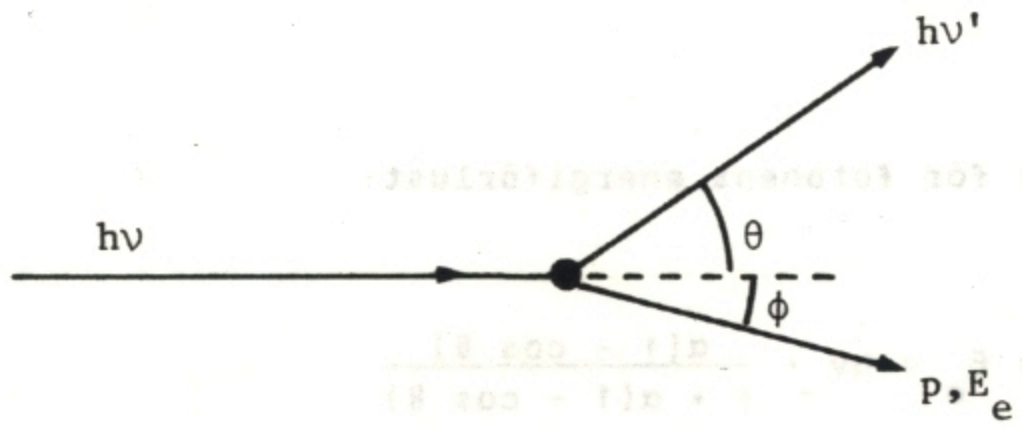



Fig 6. Comptonprocessen. Fotonen med energin hν kolliderar med en elektron, som får impulsen p och kinetiska energin $E_e$. Fotonen sprids vinkeln θ och behåller energin hν'.

och

$$0 = p \cdot \sin\phi - \frac{h\nu'}{c} \cdot \sin\theta \qquad (10)$$

Vi behöver dessutom ett relativistiskt samband mellan p och $E_e$:

$$(pc)^2 = E_e \cdot (E_e + 2m_o c^2) \qquad (11)$$

där $m_o$ är elektronens vilomassa och $m_o c^2$ dess viloenergi, $m_o c^2 = 0.511$ Mev. Det räcker följaktligen med i detta sammanhang blygsamma kinetiska energier, $E_e$, för att det klassiska uttrycket, $p = \sqrt{2m_o E_e}$, skall bli ogiltigt. Observera att (11) har det nämnda klassiska uttrycket som gränsfall för små $E_e$. Försök gärna härleda (11) ur mer grundläggande relationer.

Vi kan nu härleda flera användbara samband, t ex mellan fotonens energi före respektive efter kollisionen:

$$h\nu' = h\nu \cdot \frac{1}{1 + \alpha(1 - \cos\theta)} \qquad (12)$$

där

$$\alpha = \frac{h\nu}{m_o c^2}$$

och ett uttryck för fotonens energiförlust:

$$h\nu - h\nu' = E_e = h\nu \cdot \frac{\alpha(1 - \cos\theta)}{1 + \alpha(1 - \cos\theta)} \qquad (13)$$

(Härledning: Skriv (9) och (10) som $p \cos\phi = \ldots$ respektive $p \sin\phi = \ldots$, kvadrera och addera. $p^2$ i vänsterledet uttrycks i $E_e$ med hjälp av (11). Utnyttja slutligen (8).)

Fotonens energiförlust, dvs comptonelektronens energi, är alltså, för ett givet hν, entydigt bestämd av fotonens spridningsvinkel, θ. Vinklarna θ och $\phi$ beror också entydigt av varandra:

$$\tan \phi = \frac{\sin \theta}{(1 + \alpha)(1 - \cos \theta)} \qquad (14)$$

(Härledning: Lös ut p ur (10), sätt in i (9). Uttryck hν' i hν med hjälp av (12).)

Observera att hν ingår i (14) i form av α.

Ibland är fotonens våglängdsändring, λ'-λ, av intresse (observera att våglängden ökar). Ekvation (12) och sambandet λ·ν = c ger:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_o c} \cdot (1 - \cos \theta) \qquad (15)$$

Våglängdsändringen beror alltså entydigt av θ! Konstanten $h/m_o c$ i (15) kallas ibland "comptonvåglängden". Den har storleken 2.426 nm. Enligt (15) kommer en foton att erfara just denna våglängdsökning om den comptonsprids 90° (θ = π/2). En infallande foton med energin $h\nu = m_o c^2 = 0.511$ MeV har våglängden just lika med comptonvåglängden (övertyga dig om det!) och kommer följaktligen att få fördubblad våglängd (och förlora hälften av sin energi) om den sprids 90°. Elektronen får den resterande hälften av energin och lämnar platsen i vinkeln $\phi$ = arctan 0.5 = 27°.

Vi ser ur de härledda sambanden, att om för en given infallsenergi, hν, endera av storheterna $E_e$, hν', θ eller $\phi$ är känd, så är samtliga storheter fastlagda.

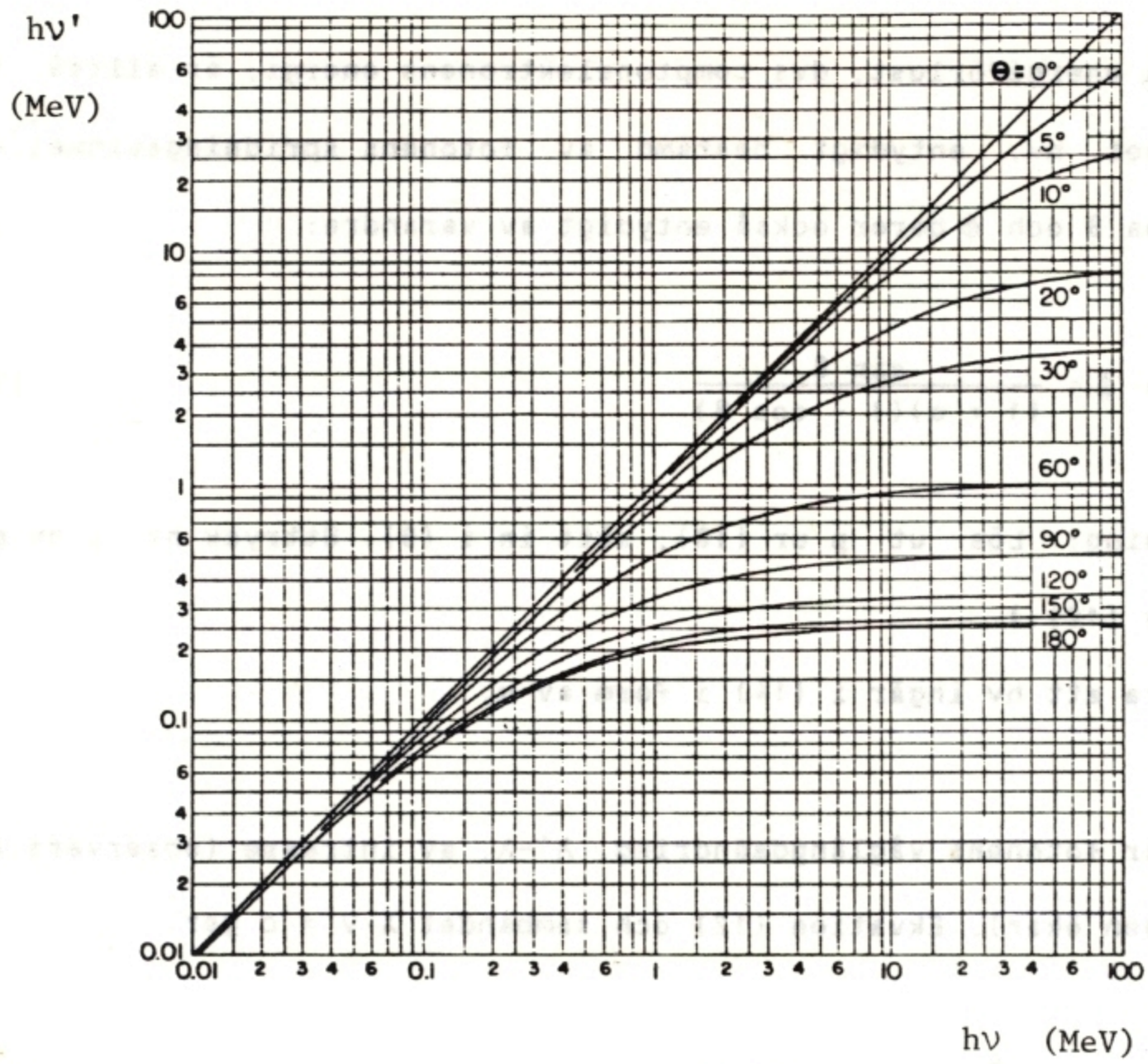



**Fig 7. Fotonenergin efter comptonspridning, hν', som funktion av energin före, hν, för olika spridningsvinklar, θ.**

**Sambandet mellan hν och hν' (ekvation (12)) visas i Fig 7.**

**Vi ser, att för varje spridningsvinkel θ > 0 går hν' mot ett gränsvärde då den infallande fotonens energi, hν, ökar. För stora spridningsvinklar närmar sig hν' detta gränsvärde redan vid måttliga värden på hν. Gränsvärdet beräknas lätt med (12):**

$$\lim_{h\nu \to \infty} h\nu' = \frac{m_o c^2}{1 - \cos\theta} \qquad (16)$$

**där, som vi vet, $m_o c^2 = 0.511$ MeV.**

En konsekvens av det sagda är, att vid höga infallsenergier, hv, och inte alltför små spridningsvinklar, θ, kommer nästan hela energin att bäras bort av elektronen. Fotonen får bara behålla en liten del given av (16).

Vi ser i Fig 7 också att elektronen, för alla hv, får störst energi då θ = 180°, dvs då fotonen sprids rakt bakåt. Detta intuitivt tilltalande faktum framgår också direkt ur (13).

Klein och Nishina har, med kvantmekaniska metoder, beräknat det differentiella tvärsnittet per elektron, $d\sigma^e_{\gamma,\gamma e}$, för en comptonprocess där fotonen sprids vinkeln θ inom rymdvinkelelementet dΩ:

$$d\sigma^e_{\gamma,\gamma e} = \frac{r_e^2}{2} \cdot \left(\frac{h\nu'}{h\nu}\right)^2 \cdot \left(\frac{h\nu}{h\nu'} + \frac{h\nu'}{h\nu} - \sin^2\theta\right) \cdot d\Omega \qquad (17)$$

där

$$r_e = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o m_o c^2}$$

$r_e$ går under det missvisande namnet "den klassiska elektronradien". Dess storlek är $r_e = 2.818 \cdot 10^{-15}$ m. Subskriptet γ,γe motiveras av att vid processen en foton absorberas medan en foton och en elektron emitteras.

(Om du har svårt att se innebörden av ett differentiellt tvärsnitt, så har Appendix B skrivits som ett försök att skingra mystiken kring tvärsnitt i allmänhet och differentiella tvärsnitt i synnerhet. Appendix A behandlar med motsvarande avsikt rymdvinkelbegreppet.)

Tvärsnittet är detsamma för alla elektroner i en atom (så länge förutsättningen om bindningsenergins försumbarhet gäller), varför det motsvarande differentiella tvärsnittet per atom, $d\sigma^a_{\gamma,\gamma e}$, kan skrivas:

$$d\sigma^a_{\gamma,\gamma e} = Z \cdot d\sigma^e_{\gamma,\gamma e} \qquad (18)$$

$d\sigma^e_{\gamma,\gamma e}/d\Omega$ [$m^2$/elektron och steradian] visas som funktion av $\theta$ i Fig 8 och som funktion av hν i Fig 9.

Vinkelberoendet framgår klarast om figuren ritas i polära koordinater som i Fig 10.

Vi ser att tvärsnittet går mot ett och samma värde (= $7.94 \cdot 10^{-30}$ $m^2$/elektron och steradian) för alla hν då $\theta$ går mot noll. Vi ser också att spridningen av fotonen vid låg energi är symmetrisk kring $90^o$, medan den blir alltmer framåtriktad med ökande energi.

Av intresse är också den förväntade energifördelningen hos foton och elektron efter comptonprocessen. Bra mått på denna är storheterna $d\sigma^e_{\gamma,\gamma e}/d(h\nu')$ och $d\sigma^e_{\gamma,\gamma e}/dE_e$ [$m^2$/elektron och energienhet]. (Storheter av denna konstruktion brukar också kallas differentiella tvärsnitt, trots att det närmast handlar om derivator av tvärsnittet, $\sigma^e_{\gamma,\gamma e}$.)

Man kan, i princip enkelt, bilda uttryck för de två storheterna. Vi utgår då från Klein-Nishinas uttryck (17), vilket ger $d\sigma^e_{\gamma,\gamma e}/d\Omega$ som funktion av hν (i form av $\alpha$) och $\theta$. Allmänt gäller

$$d\Omega = 2\pi \cdot \sin\theta \, d\theta \qquad (19)$$

eller

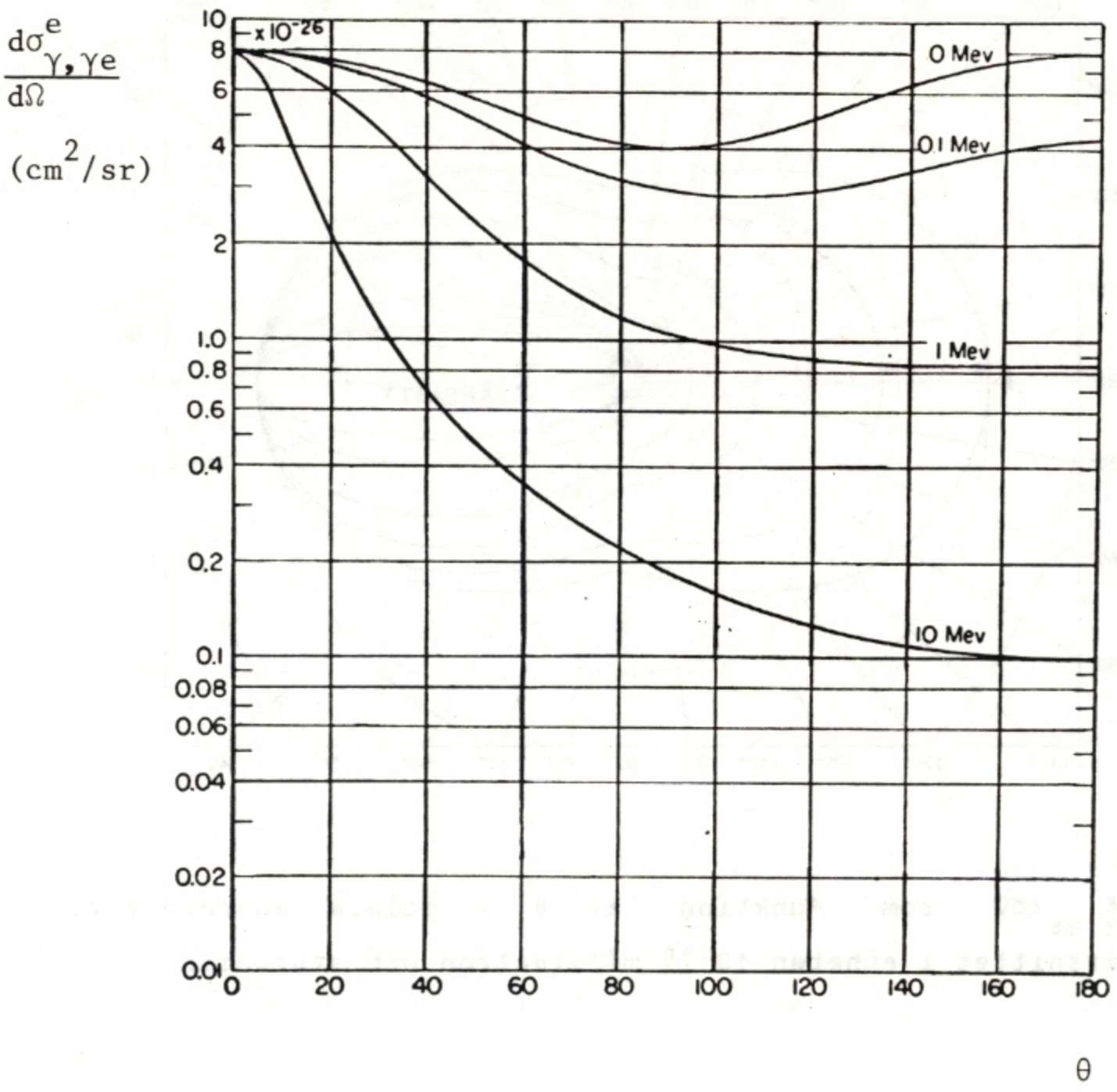



Fig 8. $d\sigma^e_{\gamma,\gamma e}/d\Omega$ som funktion av θ.

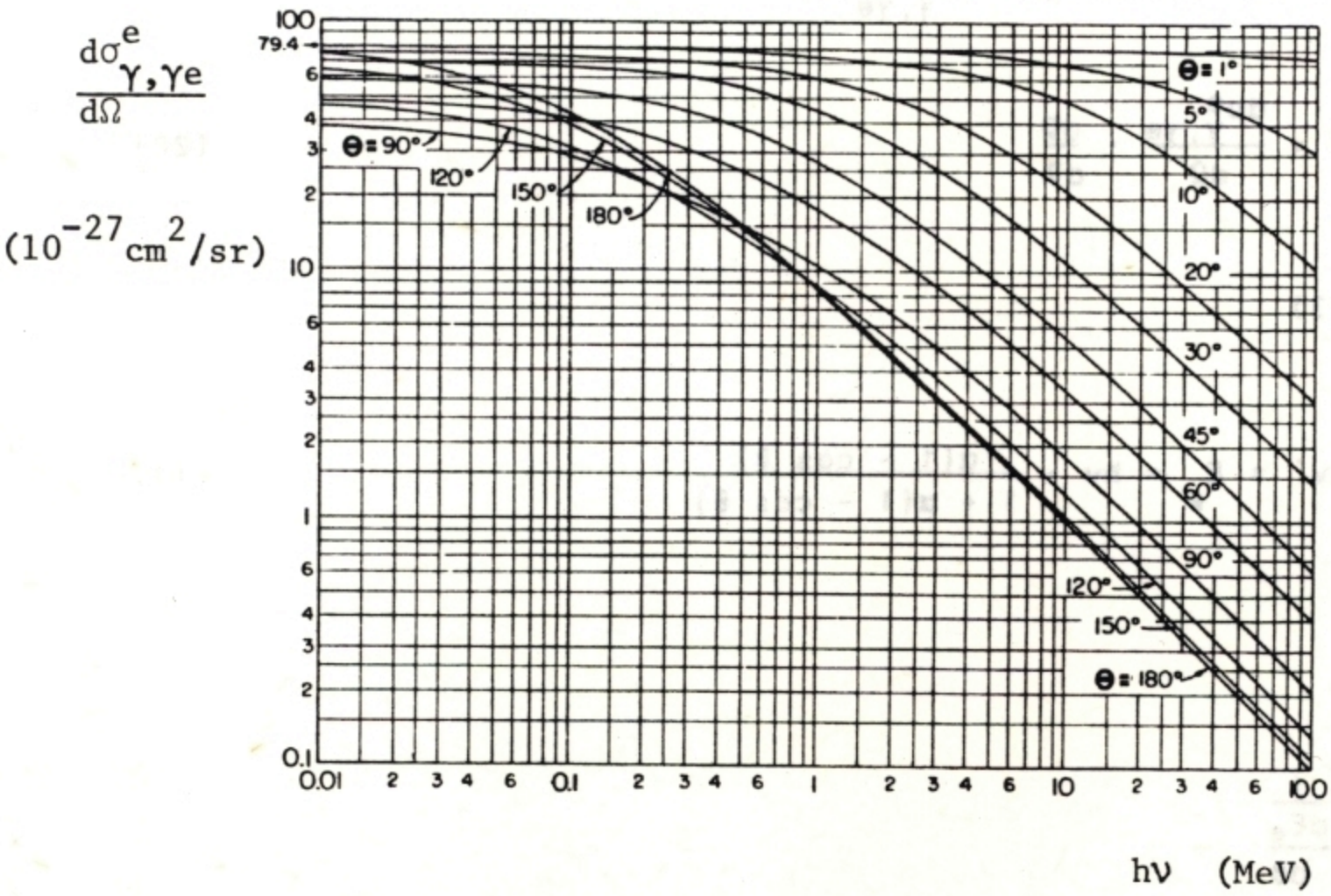



Fig 9. $d\sigma^e_{\gamma,\gamma e}/d\Omega$ som funktion av hν.

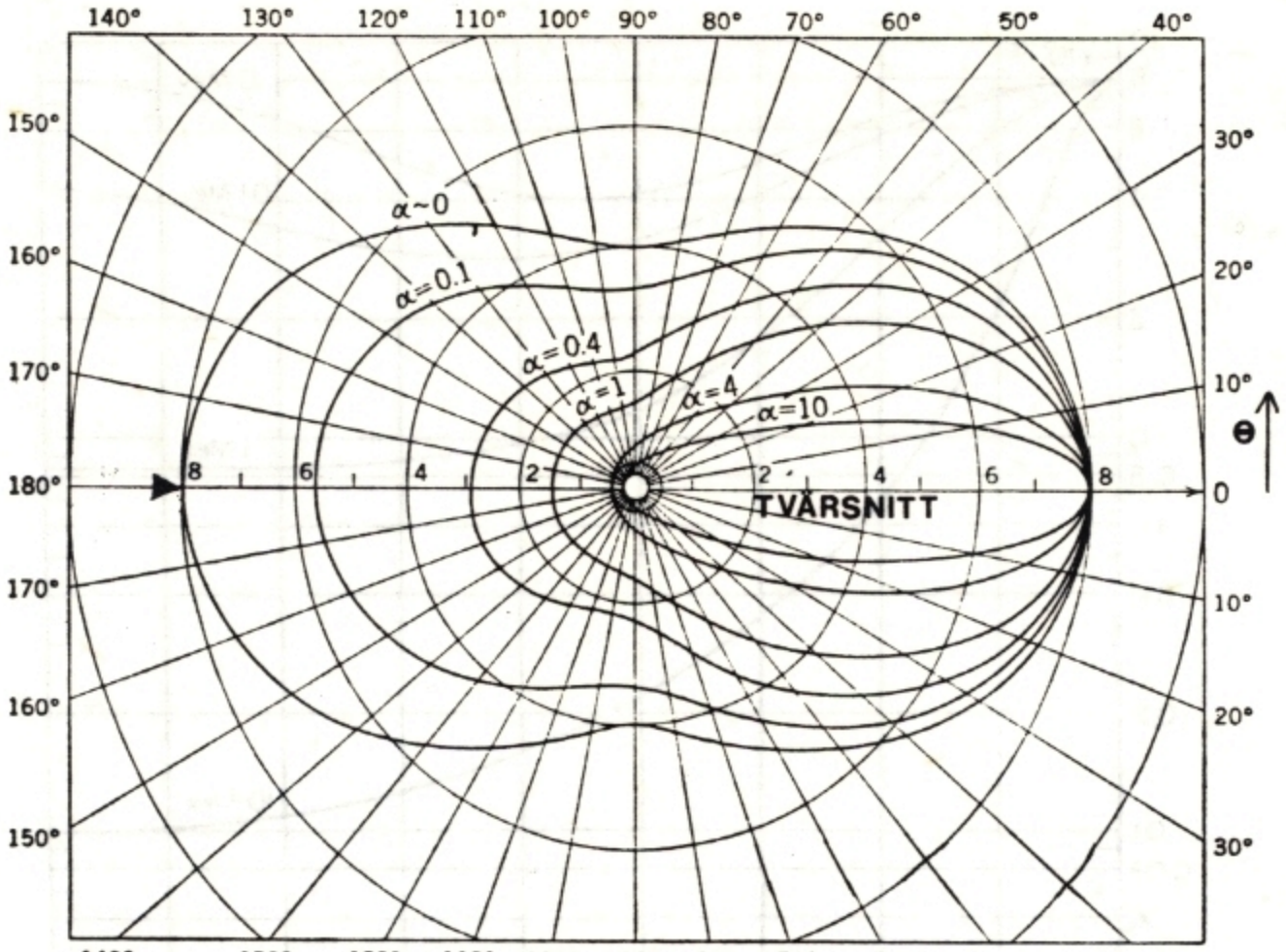



Fig 10. $d\sigma^e_{\gamma,\gamma e}/d\Omega$ som funktion av θ i polära koordinater. Tvärsnittet i enheten $10^{-30}$ $m^2$/elektron och steradian.

$$\frac{d\Omega}{d\theta} = 2\pi \cdot \sin\theta \qquad (19a)$$

(se Appendix A), vilket ger $d\sigma^e_{\gamma,\gamma e}/d\theta$:

$$\frac{d\sigma^e_{\gamma,\gamma e}}{d\theta} = \frac{d\sigma^e_{\gamma,\gamma e}}{d\Omega} \cdot \frac{d\Omega}{d\theta} \qquad (20)$$

Ekvation (13)

$$h\nu - h\nu' = E_e = h\nu \cdot \frac{\alpha(1 - \cos\theta)}{1 + \alpha(1 - \cos\theta)} \qquad (13)$$

ger oss

$$\frac{d\theta}{dE_e} = \frac{1}{\frac{dE_e}{d\theta}}$$

(vi antar att hν, dvs α, är given och konstant) och därmed den sökta storheten:

$$\frac{d\sigma^e_{\gamma,\gamma e}}{dE_e} = \frac{d\sigma^e_{\gamma,\gamma e}}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dE_e} \qquad (21)$$

(Denna typ av manipulation med derivator och differentialer är inte generellt tillåten men fungerar oftast bra för "välartade" funktioner, dvs speciellt sådana funktioner som beskriver fysikaliska fenomen.)

Ekvation (8) visar att $|d(h\nu')| = |dE_e|$, följaktligen gäller:

$$\frac{d\sigma^e_{\gamma,\gamma e}}{d(h\nu')} = \frac{d\sigma^e_{\gamma,\gamma e}}{dE_e} \qquad (22)$$

(Enligt (8) är $d(h\nu') = -dE_e$. Minustecknet visar att hν' avtar då $E_e$ ökar, men har ingen fysikalisk signifikans för våra tvärsnitt.)

Fig 11 visar resultatet, $d\sigma^e_{\gamma,\gamma e}/dE_e$, som funktion av $E_e$.

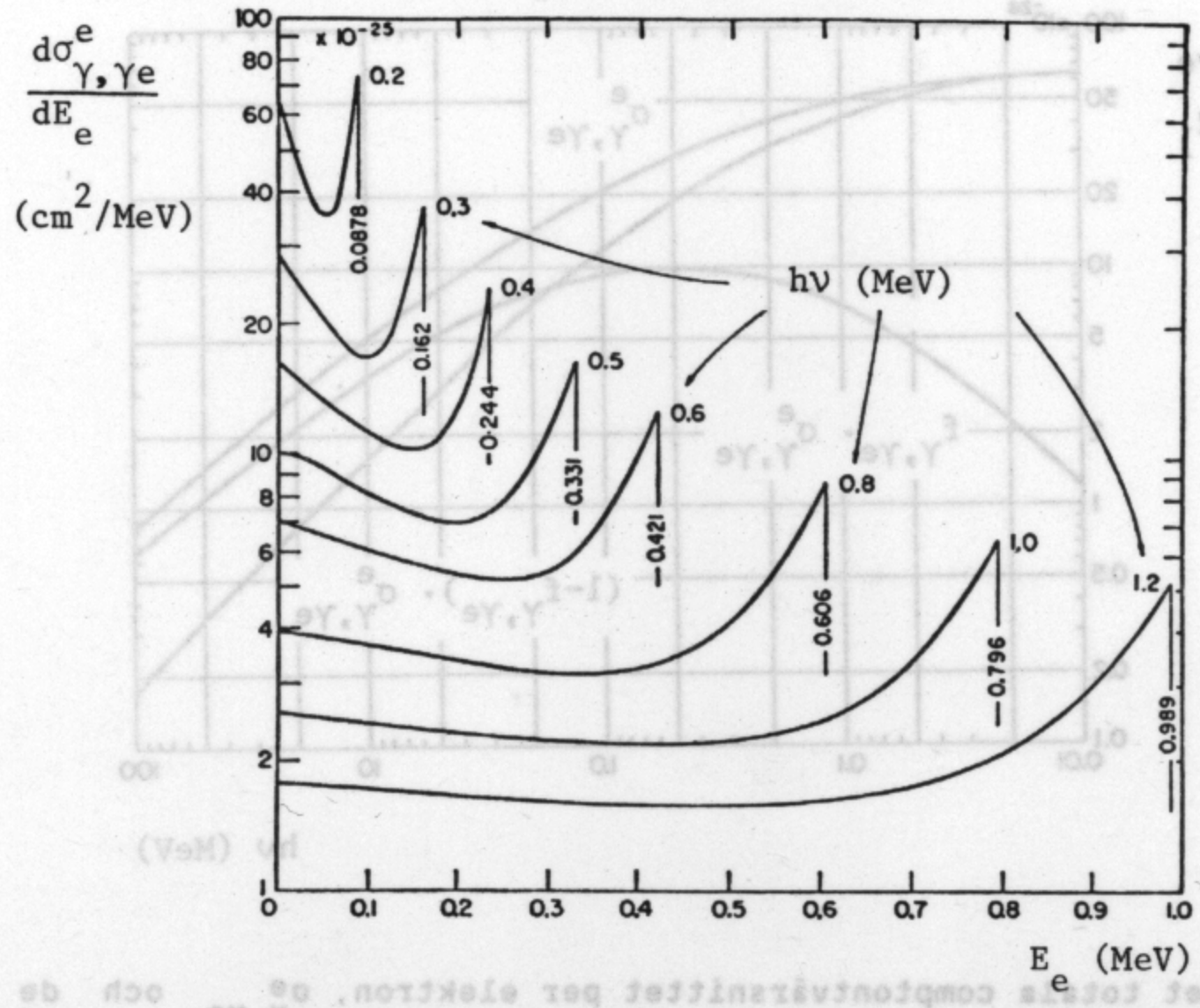



Fig 11. $d\sigma^e_{\gamma,\gamma e}/dE_e$ som funktion av comptonelektronernas energi, $E_e$, för några olika värden på den infallande fotonens energi, hν.

Figuren ger också, enligt vår överläggning, $d\sigma^e_{\gamma,\gamma e}/d(h\nu')$ som funktion av $E_e$. Om beroendet av $h\nu'$ söks kan $E_e$-axeln, för varje givet $h\nu$, omedelbart transformeras enligt $h\nu' = h\nu - E_e$.

Vi ser:

1) Såsom redan framgick ur Fig 8 och kommer att framgå av Fig 12 ökar det totala tvärsnittet per elektron med minskande fotonenergi.

2) För varje $h\nu$ finns en skarp maximigräns för $E_e$. Den motsvarar spridning av fotonen rakt bakåt, $\theta = \pi$ och $\varphi = 0$ (se Fig 6). Ekvation (13) ger, för $\theta = \pi$:

$$E_{e,max} = h\nu \cdot \frac{2\alpha}{1 + 2\alpha} \qquad (23)$$

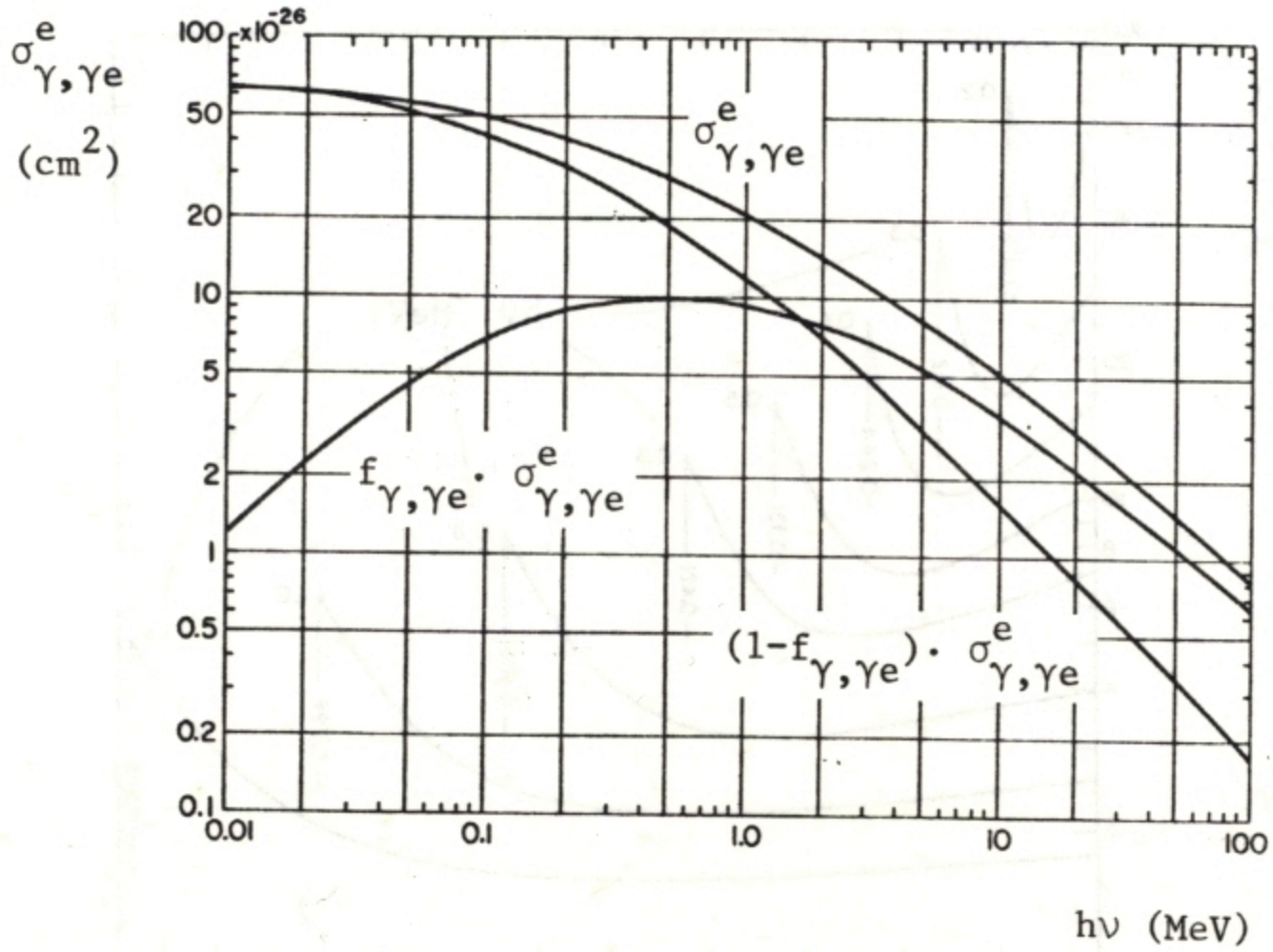



Fig 12. Det totala comptontvärsnittet per elektron, $\sigma^e_{\gamma,\gamma e}$ och de två delarna $f_{\gamma,\gamma e} \cdot \sigma^e_{\gamma,\gamma e}$ respektive $(1 - f_{\gamma,\gamma e}) \cdot \sigma^e_{\gamma,\gamma e}$ som funktion av den infallande fotonens energi, $h\nu$.

Det totala tvärsnittet per elektron för comptonspridning, $\sigma^e_{\gamma,\gamma e}$, kan bestämmas genom integration:

$$\sigma^e_{\gamma,\gamma e} = \int_{\theta=0}^{\pi} \frac{d\sigma^e_{\gamma,\gamma e}}{d\theta} \cdot d\theta \qquad (24)$$

där $d\sigma^e_{\gamma,\gamma e}/d\theta$ ges av (19). Resultatet visas i Fig 12.

Vi definierar, i analogi med behandlingen av fotoeffekten, storheten $f_{\gamma,\gamma e}$ som

$$f_{\gamma,\gamma e} = \frac{\overline{E}_e}{h\nu} \qquad (25)$$

där $\overline{E}_e$ är den till comptonelektronen i medeltal överförda energin. Den spridda fotonen erhåller alltså i medeltal energiandelen

$$\frac{\overline{h\nu'}}{h\nu} = 1 - f_{\gamma,\gamma e} \qquad (26)$$

Se Fig 12. (Vi försummar den vakans i atomens elektronstruktur som comptonelektronen lämnar efter sig, jämför fotoeffekten, med motiveringen att bindningsenergin i medeltal är liten bredvid hν i det energiintervall där comptonprocessen är av intresse, se t ex Fig 21 och jämför med bindningsenergierna. Alla elektronerna deltar med samma sannolikhet. Jämför med fotoeffekten, där de hårdast bundna elektronerna dominerar starkt.)

Vi ser:

1) Såsom tidigare har framgått minskar $\sigma^e_{\gamma,\gamma e}$ med ökande hv, men tämligen långsamt.

2) Vid låga energier är $1 - f_{\gamma,\gamma e} \approx 1$, dvs fotonen behåller (i medeltal) nästan hela sin energi. Jämför med Fig 7.

3) Vid höga energier är $f_{\gamma,\gamma e} \approx 1$, dvs större delen av energin överförs till comptonelektronen. Jämför åter med Fig 7.

Avslutningsvis påpekar vi ännu en gång att tvärsnittet för en comptonprocess är lika stort för alla elektroner (och oberoende av Z), förutsatt att villkoret om bindningsenergins försumbarhet gäller, varav följer

$$\sigma^a_{\gamma,\gamma e} = Z \cdot \sigma^e_{\gamma,\gamma e} \qquad (27)$$

## 2.4 Parbildningsprocessen

Om fotonens energi överstiger $2m_o c^2 = 1.02$ MeV är det från energisynpunkt möjligt att ur fotonen skapa ett elektron-positron-par. Fotonen förintas därvid och den frigjorda energin övergår dels till viloenergi hos elektron och positron (vardera $m_o c^2$), dels till kinetisk energi. Processen kan bara ske i närheten av en laddad partikel, som måste ta upp en viss impuls för att denna skall kunna

bevaras. Om partikeln ifråga är en atomkärna, vilket är det vanligaste, så tar den pga sin stora massa upp mycket litet energi: Tröskelvärdet för processen blir verkligen ca 1.02 MeV. Om partikeln däremot är en elektron, så blir processens tröskelvärde dubbelt så stort, dvs $4m_oc^2$, och tre partiklar (det skapade elektron-positron-paret och rekylelektronen) emitteras från platsen för processen, s k triplettbildning. (Övertyga dig gärna om att de angivna tröskelenergierna är riktiga).

Vid parbildning har vi följaktligen energirelationen:

$$h\nu = 2m_oc^2 + E_{e^+} + E_{e^-} + E_r \qquad (28)$$

där $E_{e^+}$, $E_{e^-}$ och $E_r$ är kinetisk energi hos positron, elektron respektive rekylpartikel. Om inte annat sägs, syftar "parbildning" i fortsättningen på den process där rekylpartikeln är en atomkärna, varvid $E_r \approx 0$. (Sannolikheten för triplettbildning i förhållande till "vanlig" parbildning framgår ur Fig 14.)

Den för kinetisk energi hos elektron och positron tillgängliga energin kan fördelas godtyckligt mellan dessa. Sannolikheten är emellertid störst för en ungefärligt lika fördelning, så att $E_{e^+} \approx E_{e^-}$. Detta framgår ur Fig 13 som visar det differentiella tvärsnittet för parbildning, $d\sigma^a_{\gamma,ee^+}/dE$ [$m^2$/atom och energienhet] som funktion av den kinetiska energin, E, hos antingen (valfritt) elektronen eller positronen. I avsikt att göra kurvorna oberoende av absorbatorns atomnummer har tvärsnittsvärdena dividerats med $Z^2$ (se (31)).

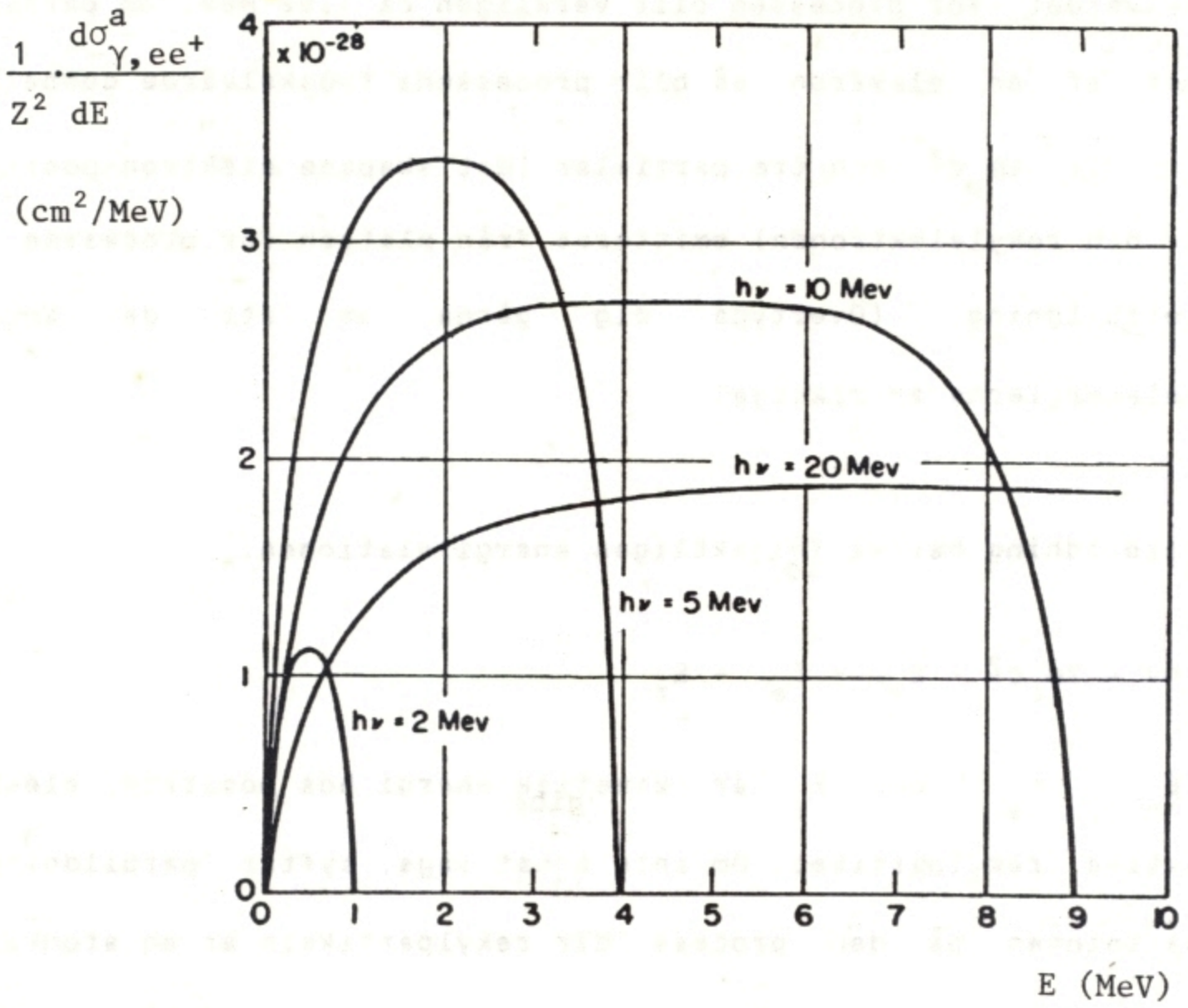



**Fig 13.** $Z^{-2} \cdot d\sigma^a_{\gamma,ee^+}/dE$ **som funktion av elektronens eller positronens kinetiska energi, E.**

Tvärsnittet per atom för parbildning, $\sigma^a_{\gamma,ee^+}$, kan enligt Bethe skrivas:

$$\sigma^a_{\gamma,ee^+} = \frac{1}{137}\left\{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o m_o c^2}\right\}^2 \cdot Z^2 \cdot \left\{\frac{28}{9}\ln(2\alpha) - \frac{218}{27}\right\} \qquad (29)$$

med sedvanliga beteckningar. Uttrycket är användbart för fotonenergier mellan ca 8 MeV och ca 15 MeV för tunga nuklider (såsom bly) respektive ca 30 MeV för lätta nuklider (såsom de i levande vävnad förekommande).

Vid högre energier kan processen ske på så stort avstånd från kärnan att hänsyn måste tas till skärmning av dennas laddning: Vi får en långsammare ökning av tvärsnittet med energin.

För mycket höga energier (hν $\gtrsim$ 10 GeV) kan tvärsnittet skrivas:

$$\sigma^a_{\gamma,ee^+} = \frac{1}{137}\left\{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o m_o c^2}\right\}^2 \cdot Z^2 \cdot \left\{\frac{28}{9}\ln(183 \cdot Z^{-1/3}) - \frac{2}{27}\right\} \qquad (30)$$

Här har vi inte längre något energiberoende alls medan Z-beroendet grovt sett är detsamma vid alla energier:

$$\sigma^a_{\gamma,ee^+} \sim Z^2 \qquad (31)$$

I Fig 14 visas tvärsnittets energiberoende för några olika ämnen. Dessutom visas tvärsnittet för triplettbildning, $\sigma^a_{\gamma,eee^+}$. Observera att parbildningstvärsnitten har dividerats med $Z^2$ och triplettbildningsvärdena med Z.

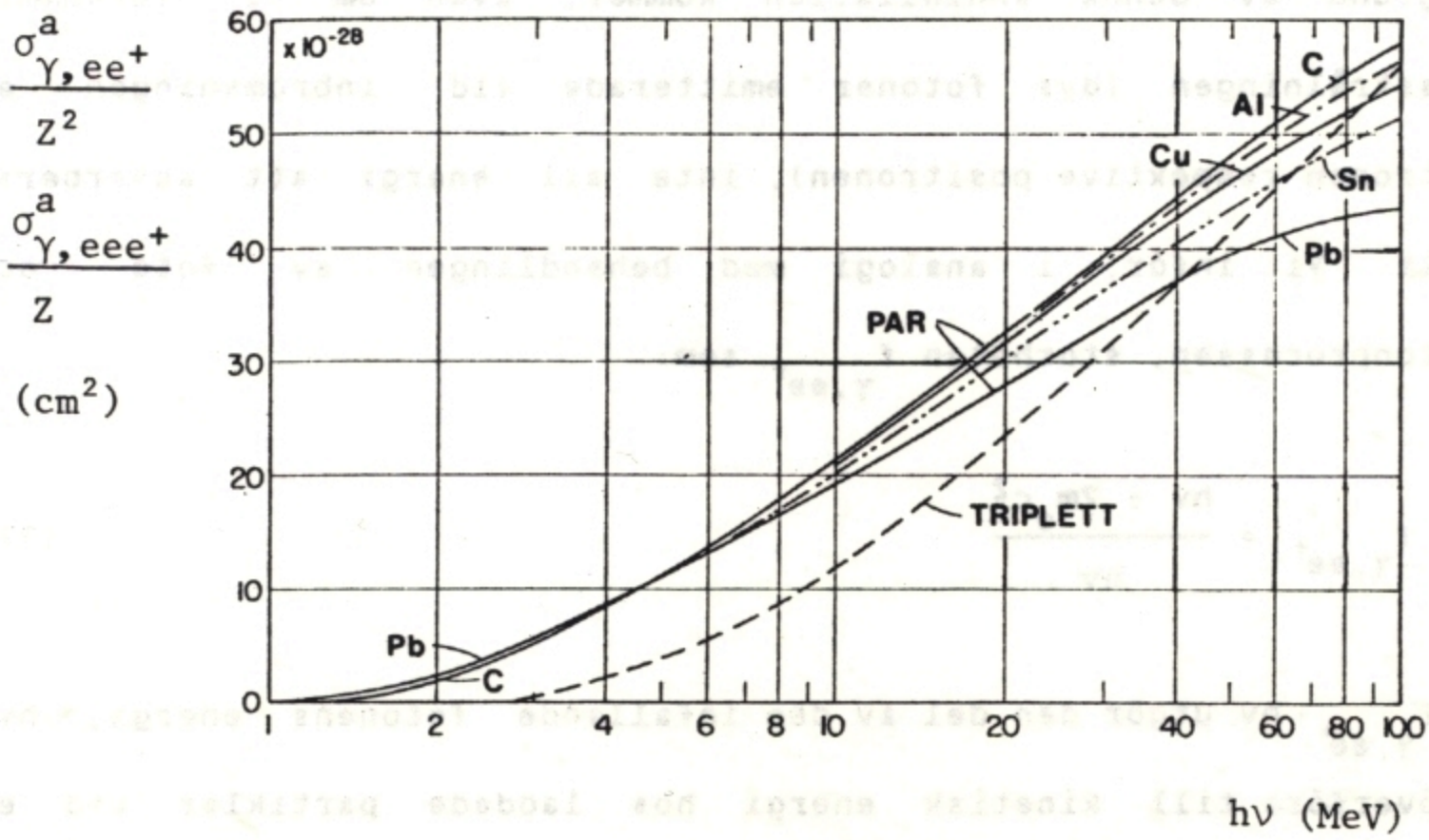



Fig 14. $\sigma^a_{\gamma,ee^+}/Z^2$ för C (Z = 6), Al (Z = 13), Cu (Z = 29), Sn (Z = 50) och Pb (Z = 82) samt $\sigma^a_{\gamma,eee^+}/Z$ som funktion av fotonenergin, hν.

Vi ser:

1) Parbildningstvärsnitten dividerade med $Z^2$, $\sigma^a_{\gamma,ee^+}/Z^2$, är väsentligen oberoende av Z upp till något/några tiotal MeV. Kurvan för bly ses avvika först i enlighet med angivna giltighetsgränser för (29).

2) Tvärsnittet för triplettbildning, $\sigma^a_{\gamma,eee^+}$, är mycket mindre än parbildningstvärsnittet utom för mycket lätta nuklider och, samtidigt, energier större än några MeV. (Vi minns att triplettbildning bara är möjlig för energier över ca 2 MeV.)

Den vid processen skapade positronen kommer, nästan alltid efter uppbromsning, att växelverka med en elektron, varvid båda annihileras och två fotoner skapas. Förutsatt att positronen har uppbromsats, får de båda fotonerna vardera energin $m_o c^2$ = 0.511 MeV och emitteras de med mycket nära $180^o$ vinkel mellan sig.

På grund av denna annihilation kommer, även om vi försummar bromsstrålningen (dvs fotoner emitterade vid inbromsningen av elektronen respektive positronen), inte all energi att absorberas lokalt. Vi inför, i analogi med behandlingen av foto- och comptonprocessen, storheten $f_{\gamma,ee^+}$ som:

$$f_{\gamma,ee^+} = \frac{h\nu - 2m_o c^2}{h\nu} \qquad (32)$$

dvs $f_{\gamma,ee^+} \cdot h\nu$ utgör den del av den infallande fotonens energi, $h\nu$, som överförs till kinetisk energi hos laddade partiklar vid en

parbildningsprocess och $(1-f_{\gamma,ee^+})\cdot h\nu = 2m_oc^2$ den del som (via annihilationen) övergår till nya fotoner och därmed inte absorberas lokalt. Det framgår omedelbart att $f_{\gamma,ee^+} = 0$ vid tröskeln för processen, $h\nu = 2m_oc^2$, för att därefter ökar med $h\nu$.

Motsvarande storhet för triplettbildning, $f_{\gamma,eee^+}$, måste bli densamma:

$$f_{\gamma,eee^+} = f_{\gamma,ee^+} = \frac{h\nu - 2m_oc^2}{h\nu} \qquad (33)$$

emedan även här energin $2m_oc^2$ åtgår till vilomassa hos ett elektron-positron-par och åter frigöres som fotoner då positronen annihileras (efter uppbromsning). (Vi försummar härvid den vakans som rekylelektronen lämnar efter sig i atomens elektronstruktur med motiveringen att elektronens bindningsenergi är mycket liten bredvid $h\nu \gtrsim 2$ MeV.)

Det skall tilläggas, att eftersom parbildning och triplettbildning är så likartade i sin fördelning av tillgänglig energi på laddade partiklar respektive sekundärfotoner, kan man med fördel slå samman de båda processerna till ett gemensamt tvärsnitt.

## 2.5 Koherent spridning

Vid behandlingen av comptonprocessen i avsnitt 2.3 förutsatte vi att elektronens bindningsenergi kunde försummas och elektronen betraktas som fri. Detta stämmer bra vid höga energier. Vid låga energier, å andra sidan, och speciellt för tunga ämnen är sannolikheten stor att elektronen inte alls slås loss från atomen utan att istället hela atomen tar upp rekylenergin. (Elektronerna i K-skalet är hårdast

bundna och bindningsenergin ökar med Z. För bly (Z = 82) åtgår 88 keV till att slå ut en K-elektron.)

På grund av atomens stora massa blir rekylenergin då mycket liten och fotonen sprids väsentligen utan någon energiförlust. Processen kallas koherent spridning eller Rayleighspridning. Vid låga energier ($h\nu \lesssim 0.1$ MeV) är tvärsnittet för koherent spridning ofta mycket större än comptontvärsnittet (som ju för övrigt kommer att överskattas om vi räknar som om elektronerna vore fria). I detta energiområde är tvärsnittet för fotoeffekt emellertid ännu mycket större, varför den koherenta spridningen för det mesta kan försummas.

Tvärsnitten för de olika processerna visas i Fig 16 till 20 (i form av massattenueringskoefficienter).

## 2.6 Kärnfotoeffekt och kärnresonansspridning

Om den infallande fotonen har tillräcklig energi för att kunna excitera en atomkärna (varvid fotonen absorberas av kärnan) är detta en möjlig, om än mycket osannolik, händelse.

Den exciterade kärnans vidare öde beror starkt på vilken nuklid det gäller och på den absorberade energins storlek. Kärnan kan t ex deexciteras under emission av en foton med samma energi som den absorberade (kärnresonansspridning) eller den kan emittera en eller flera partiklar (n, p, $\alpha$, ...) (kärnfotoeffekt). Det senare alternativet förutsätter excitation till en ganska högt belägen kärnenerginivå, omkring 8 MeV över grundtillståndet eller högre. Om excitationsenergin räcker till för partikelemission sker oftast en sådan. Pga processernas små tvärsnitt kan de oftast försummas.

Växelverkansprocesser som bygger på kärnreaktioner, såsom de här nämnda, utnyttjas ibland i samband med energikalibrering. Varje reaktion har nämligen en mycket väldefinierad tröskel m a p den infallande partikelns energi.

## 2.7 Fotonens attenuering

Vi har nu behandlat de processer som har betydelse vid fotonens växelverkan med materia (vid sådana fotonenergier som normalt är av intresse inom radiofysiken). Därmed är vi klara att vidga perspektivet: Antag att en stråle av fotoner faller in mot ett stycke materia (t ex en strålskärm av bly eller en bit levande vävnad). Vad händer med denna stråle? Hur djupt in tränger den (hur stor andel kommer ut på andra sidan) och hur stor del av dess energi absorberas av materia längs strålens väg?

### 2.7.1 Den linjära attenueringskoefficienten

Vi förenklar överläggningen genom att anta att vi har s k "god geometri" (narrow beam geometry): En växelverkansprocess medför alltid att fotonen ifråga försvinner ur strålen och missar en eventuell detektor, även om fotonen bara sprids en helt liten vinkel. En skiss över en experimentuppställnig som approximativt uppfyller detta villkor visas i Fig 15.

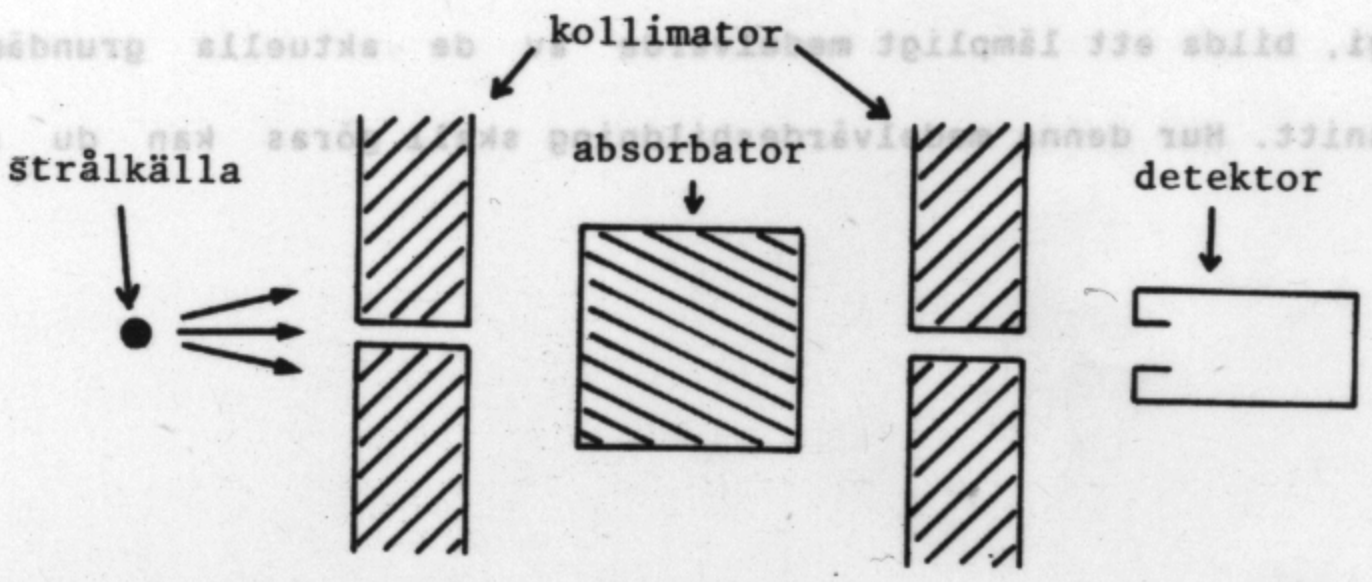



Fig 15. Ett exempel på en approximativt "god geometri".

Betrakta nu ett infinitesimalt tunt skikt av absorbatorn. Skiktets tjocklek betecknas dx. Antalet atomer per ytenhet av detta skikt, dn, blir

$$dn = \varrho \cdot \frac{N_A}{M} \cdot dx \qquad (34)$$

$N_A$ = Avogadros tal

$\varrho$ = absorbatormaterialets densitet

M = dess molvikt

dx = dess tjocklek

Antag att varje atom har ett totalt tvärsnitt (= träffyta) för växelverkan om $\sigma_t^a$. Detta utgörs av summan av tvärsnitten för de olika möjliga händelserna, dvs

$$\sigma_t^a = \sigma_{\gamma,e}^a + \sigma_{\gamma,\gamma e}^a + \sigma_{\gamma,ee^+}^a + \ldots. \qquad (35)$$

där endast de tre dominerande processerna har angivits explicit. Vi antar alltså att absorbatormaterialet består av endast ett grundämne och att alla fotoner har ungefär samma energi, så att vi kan tala om ett entydigt totalt tvärsnitt, $\sigma_t^a$. Om så inte är fallet, får man dels gruppera sina fotoner i delmängder efter energi och betrakta varje sådan "tillräckligt monoenergetisk" grupp separat, dels, för varje energi, bilda ett lämpligt medelvärde av de aktuella grundämnenas tvärsnitt. Hur denna medelvärdesbildning skall göras kan du säkert

fundera ut själv. Jämför med hur massattenueringskoefficienten för ett sammansatt material beräknas, se avsnitt 2.7.2.

Varje ytenhet av vårt absorbatorskikt kommer att uppvisa en sammanlagd träffyta om $dn \cdot \sigma_t^a$ (i ett mycket tunt skikt "skuggar" atomerna inte varandra). Sannolikheten för att en mot skiktet infallande foton skall växelverka blir [sammanlagd träffyta]/[total yta] = $dn \cdot \sigma_t^a / 1 = dn \cdot \sigma_t^a$. Detta blir därmed också den andel av fotonerna som växelverkar i skiktet och försvinner ur strålen.

Antag att vi före vårt skikt i strålen har fotonflödet $\dot{N}$ [$s^{-1}$] och efter detsamma $\dot{N} - d\dot{N}$. Då gäller således:

$$\frac{d\dot{N}}{\dot{N}} = dn \cdot \sigma_t^a = \sigma_t^a \cdot \varrho \cdot \frac{N_A}{M} \cdot dx \qquad (36)$$

Vi definierar den totala linjära attenueringskoefficienten (total linear attenuation coefficient), $\mu$:

$$\mu = -\frac{1}{\dot{N}} \cdot \frac{d\dot{N}}{dx} \quad [m^{-1}] \qquad (37)$$

dvs

$$-d\dot{N} = \mu \cdot \dot{N} \cdot dx \qquad (37a)$$

En jämförelse med (36) ger

$$\mu = \sigma_t^a \cdot \varrho \cdot \frac{N_A}{M} \qquad (38)$$

Betrakta nu hela absorbatorn.
In mot den faller en stråle med flödet $\dot{N}_o$. Vi söker strålens flöde på djupet x i materialet, $\dot{N}(x)$. Enligt ovan måste vi då lösa differentialekvationen

$$\frac{d\dot{N}}{dx} = -\mu \cdot \dot{N} \qquad (37b)$$

med randvillkoret $\dot{N}(0) = \dot{N}_o$. Lösningen blir (övertyga dig om detta) det mycket viktiga sambandet:

$$\dot{N}(x) = \dot{N}_o \cdot e^{-\mu x} \qquad (39)$$

$\dot{N}(x)/\dot{N}_o = e^{-\mu x}$ är sannolikheten för en foton att passera genom en absorbator med tjockleken x utan att växelverka. Vi ser att denna sannolikhet aldrig blir noll: Till skillnad från vad som är fallet för laddade partiklar kan man inte ange någon räckvidd för fotoner och inte heller konstruera en fullständigt absorberande strålskärm.

Den fria medelväglängden, mfp (mean free path), definieras:

$$mfp = \int_{x=0}^{\infty} x \cdot \left(\frac{-d\dot{N}}{\dot{N}_o}\right) \qquad (40)$$

$-d\dot{N}/\dot{N}_o$ är sannolikheten för en foton att tränga in till djupet x och växelverka där (inom ett skikt med tjockleken dx). Fria medelväglängden är således det djup i absorbatorn till vilket en foton i medeltal tränger innan den växelverkar med materialet.

Vi får, med utnyttjande av (37b) och (39):

$$mfp = \mu \cdot \int_{0}^{\infty} x \cdot e^{-\mu x}\, dx = \mu^{-1} \qquad (41)$$

På djupet $1/\mu$ i materialet finns andelen $1/e = 0.37$ av fotonerna fortfarande kvar i strålen (framgår direkt ur (39)). Några numeriska exempel kommer att ges senare.

## 2.7.2 Massattenueringskoefficienten

I avsikt att undvika det densitetsberoende som den totala linjära attenueringskoefficienten uppvisar, definierar vi en ny storhet, massattenueringskoefficienten (mass attenuation coefficient), $\mu/\varrho$. Storheten kallas ofta också massabsorptionskoefficienten (mass absorption coefficient). Ekvation (38) ger

$$\frac{\mu}{\varrho} = \sigma_t^a \cdot \frac{N_A}{M} \qquad (42)$$

och (39) kan skrivas

$$\dot{N}(x) = \dot{N}_o \cdot e^{-\frac{\mu}{\varrho} \cdot \varrho x} \qquad (43)$$

$\varrho \cdot x$ har dimensionen $kg/m^2$, dvs absorbatorns tjocklek mäts nu i denna enhet. $\mu/\varrho$ kan i sitt densitets-oberoende anses mer grundläggande än $\mu$, eftersom den endast beror av det aktuella materialets atomära sammansättning.

Om vi i (42) explicit vill ange de olika växelverkansprocessernas bidrag, får vi i enlighet med (35):

$$\frac{\mu}{\varrho} = \sigma^a_{\gamma,e} \cdot \frac{N_A}{M} + \sigma^a_{\gamma,\gamma e} \cdot \frac{N_A}{M} + \sigma^a_{\gamma,ee^+} \cdot \frac{N_A}{M} + .... \qquad (44)$$

Ofta inför man speciella beteckningar på bidragen:

$$\frac{\tau}{\varrho} = \sigma^a_{\gamma,e} \cdot \frac{N_A}{M} \qquad (45)$$

$$\frac{\sigma_c}{\varrho} = \sigma^a_{\gamma,\gamma e} \cdot \frac{N_A}{M} \qquad (46)$$

$$\frac{\kappa}{\varrho} = \sigma^{a}_{\gamma,ee^{+}} \cdot \frac{N_A}{M} \qquad (47)$$

så att

$$\frac{\mu}{\varrho} = \frac{\tau}{\varrho} + \frac{\sigma_c}{\varrho} + \frac{\kappa}{\varrho} \qquad (48)$$

(där endast de tre normalt väsentliga processerna har beaktats).

Den linjära attenueringskoefficienten, $\mu$, kan med de nya beteckningarna skrivas

$$\mu = \tau + \sigma_c + \kappa \qquad (49)$$

Vi ser av (42) att $\mu/\varrho$ får samma beroende av fotonenergin, hv, som $\sigma^{a}_{t}$, dvs

$\mu/\varrho \sim (hv)^{-7/2}$ om fotoprocessen dominerar växelverkan

$\mu/\varrho$ avtar långsamt med ökande energi om comptonprocessen dominerar

$\mu/\varrho$ ökar långsamt med hv (ovanför tröskeln) om parbildning dominerar.

Z-beroendet blir emellertid ett annat emedan molvikten, M, ingår i (42). För alla element utom väte gäller att $Z \approx 0.45 \cdot A$, där A är masstalet (dvs med god noggrannhet molviktens belopp), vilket innebär att $\mu/\varrho$ får (approximativt) tvärsnittets Z-beroende dividerat med Z:

$\mu/\varrho \sim Z^4$ om fotoprocessen dominerar växelverkan

$\mu/\varrho$ är oberoende av Z om comptonprocessen dominerar

$\mu/\varrho \sim Z$ om parbildning dominerar.

Fig 16 till 20 visar, som exempel, $\mu/\varrho$ som funktion av fotonenergin, hv, för luft, vatten, aluminium, bly och natriumjodid (ett vanligt $\gamma$-detektormaterial). De olika delprocessernas betydelse visas också. Comptonprocessens bidrag, $\sigma_c/\varrho$, har delats upp i två bidrag motsvarande $f_{\gamma,\gamma e} \cdot \sigma_c/\varrho$ respektive $(1 - f_{\gamma,\gamma e}) \cdot \sigma_c/\varrho$ (se avsnitt 2.3).

$\mu/\varrho$ för ett sammansatt material beräknas som ett viktat medelvärde av de ingående grundämnenas $\mu/\varrho$, där vikterna utgörs av respektive grundämnes viktsandel av materialet.

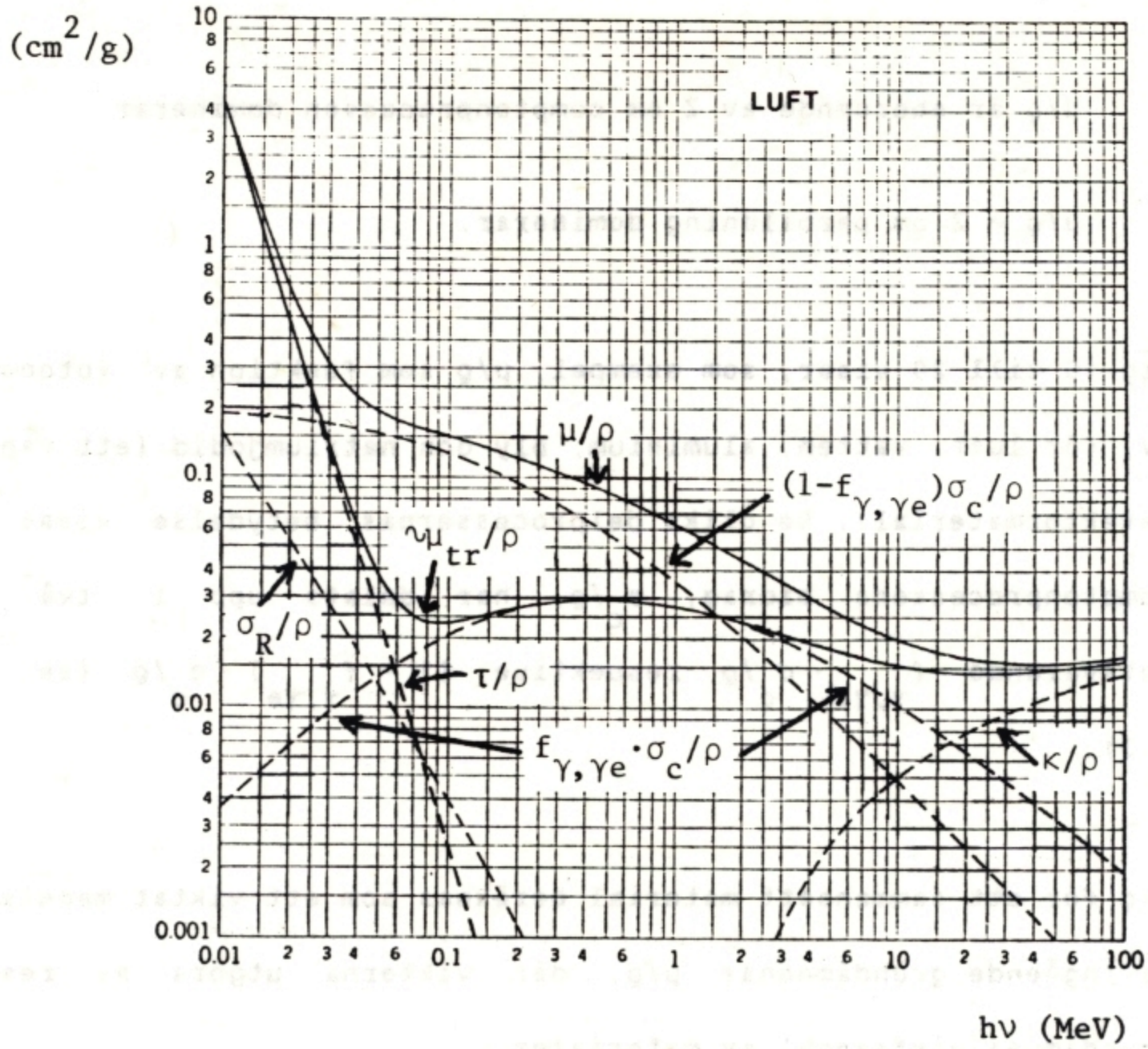



**Fig 16.** Massattenueringskoefficienten, $\mu/\varrho$, samt dess delbidrag, $\tau/\varrho$, $\sigma_c/\varrho = f_{\gamma,\gamma e} \cdot \sigma_c/\varrho + (1 - f_{\gamma,\gamma e}) \cdot \sigma_c/\varrho$ och $\kappa/\varrho$ (se (45) - (48)), som funktion av fotonenergin, hν, vid attenuering i luft. Kurvorna är baserade på teoretiska beräkningar, där hänsyn har tagits till fotoprocessen, comptonprocessen samt parbildningsprocessen. Den koherenta spridningens betydelse visas också, $\sigma_R/\varrho$. Kurvan markerad $\sim\mu_{tr}/\varrho$ ger en approximation till den s k massenergi-överföringskoefficienten, $\mu_{tr}/\varrho$, vilken kommer att behandlas i avsnitt 2.7.3.

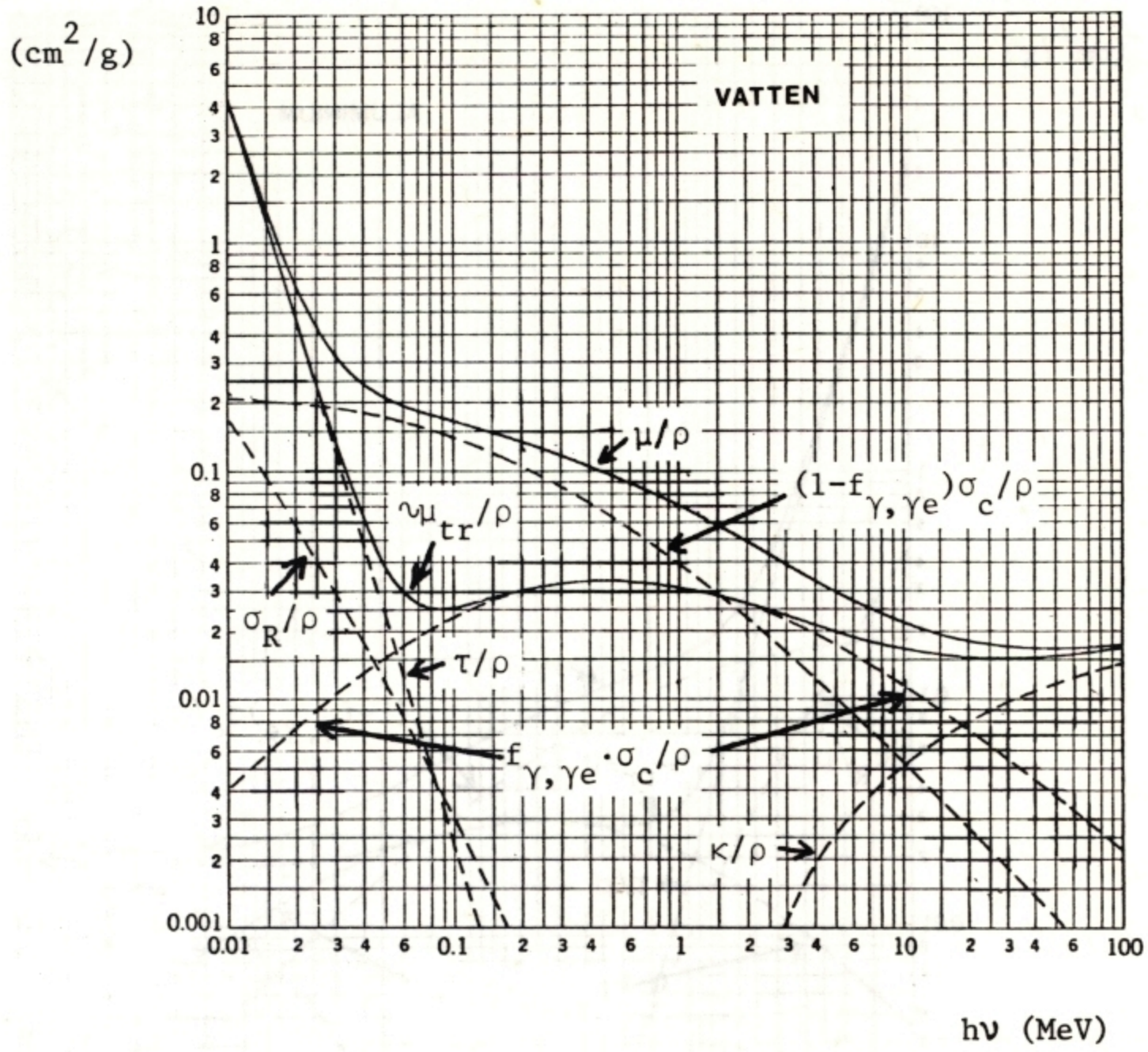



**Fig 17. Som Fig 16 men för vatten.**

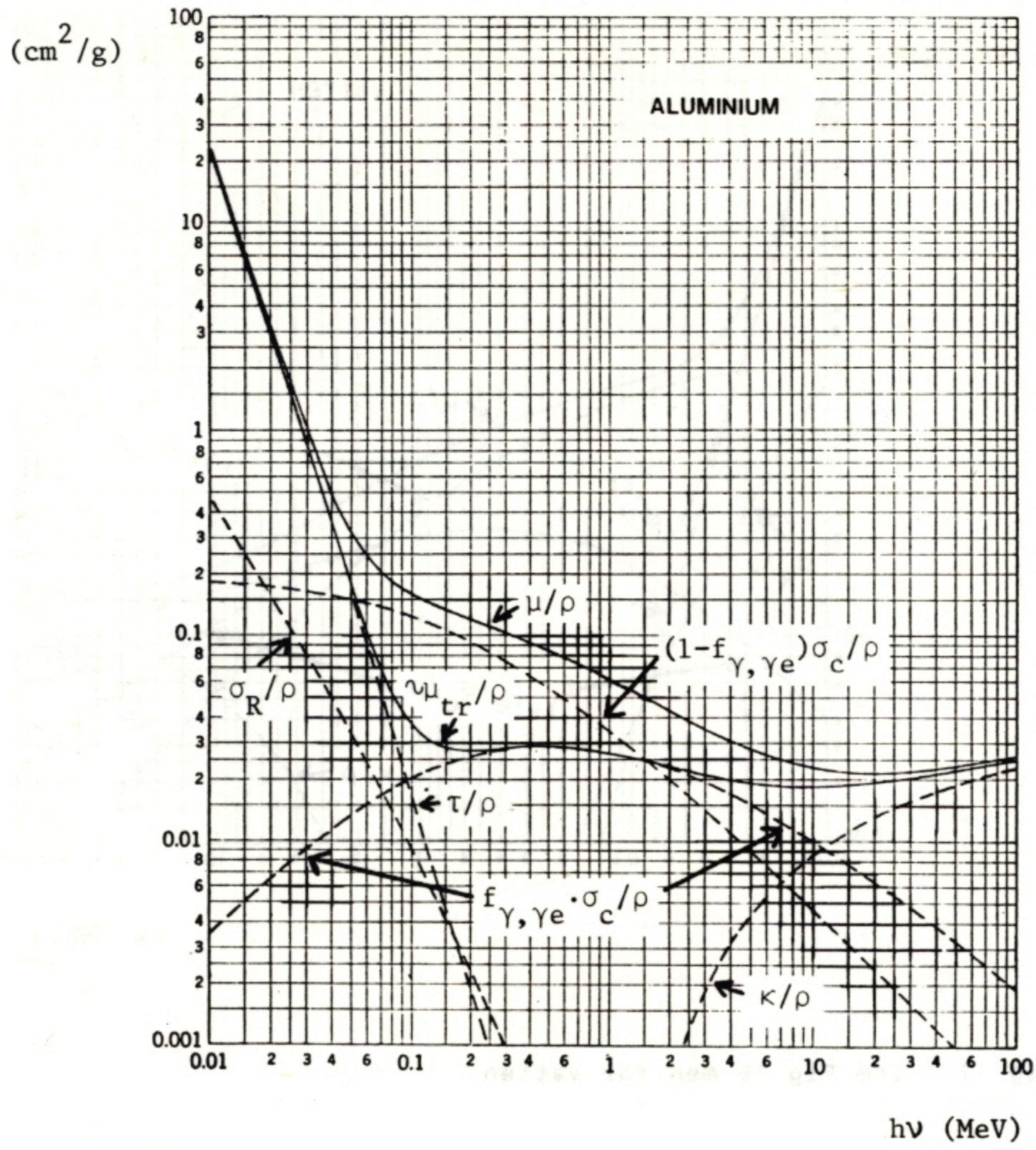



**Fig 18. Som Fig 16 men för aluminium (Z = 13).**

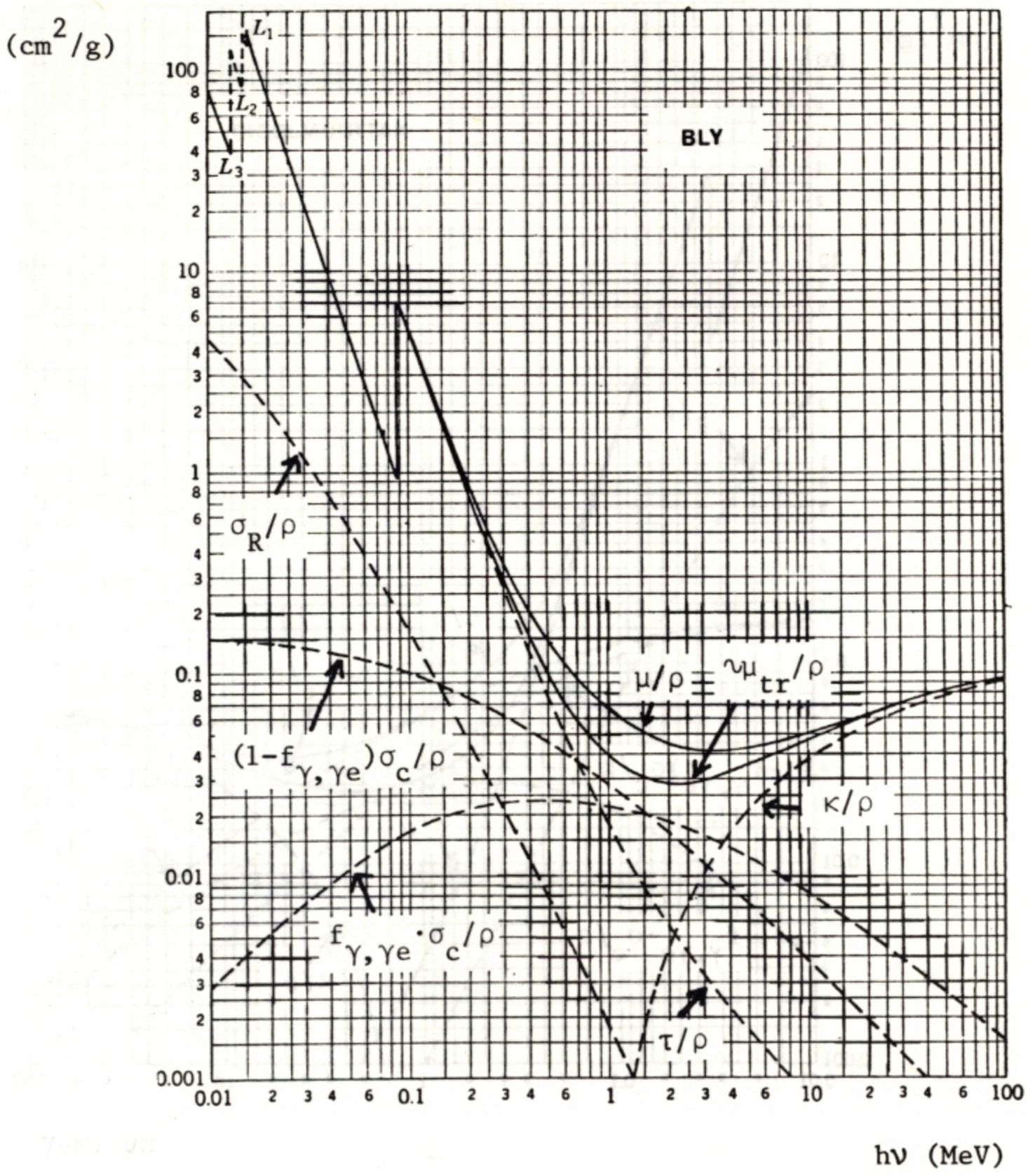



**Fig 19.** Som Fig 16 men för bly (Z = 82).

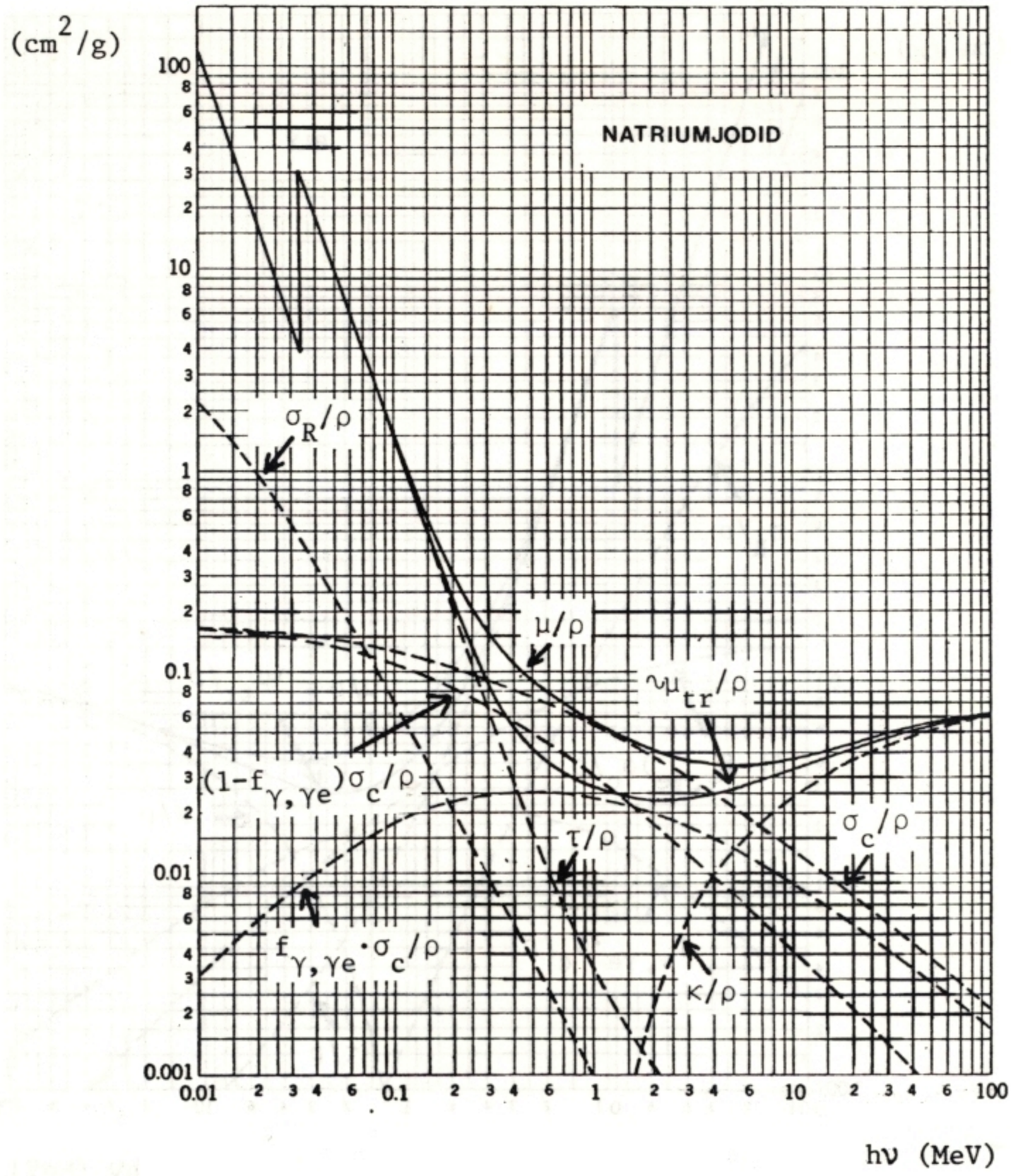



**Fig 20. Som Fig 16 men för natriumjodid (NaI, Z = 11 respektive 53). Dessutom har här lagts in det totala comptonbidraget, $\sigma_c/\varrho$.**

Vi ser:

1) För alla material kan vi urskilja tre energiintervall: Vid låg energi dominerar fotoprocessen, vid hög energi parbildning och i ett mellanliggande område av varierande storlek, comptonprocessen. Se också Fig 21.

2) De tidigare angivna approximativa Z-beroendena stämmer ungefär.

3) Upp till några MeV eller längre (beroende på materialet) ökar strålningens genomträngningsförmåga med energin, i början mycket snabbt.

4) Betydelsen av koherent spridning (Rayleighspridning) är liten.

Som exempel på strålningens genomträngningsförmåga ges i Tabell 1 de fria medelväglängderna, mfp = 1/μ, för några olika material och fotonenergier.

| Material | ρ (kg/m$^3$) | mfp | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 0.01 | 0.1 | 1 | 10 | 100 | MeV |
| Luft | 1.293 (NTP) | 1.5 m | 50 m | 120 m | 380 m | 450 m | |
| $H_2O$ | 1000 | 1.9 mm | 58 mm | 140 mm | 450 mm | 600 mm | |
| Al | 2700 | 140 μm | 22 mm | 60 mm | 160 mm | 150 mm | |
| NaI | 3670 | 20 μm | 1.6 mm | 46 mm | 74 mm | 43 mm | |
| Pb | 11350 | 6.4 μm | 150 μm | 12 mm | 18 mm | 9.3 mm | |

Tabell 1. Den fria medelväglängden, mfp, för fotoner med några olika energier i de fem materialen från Fig 16 till 20. Tabellen är baserad på experimentellt bestämda μ/ϱ, varför full överensstämmelse med nämnda figurers teoretiska kurvor inte råder.

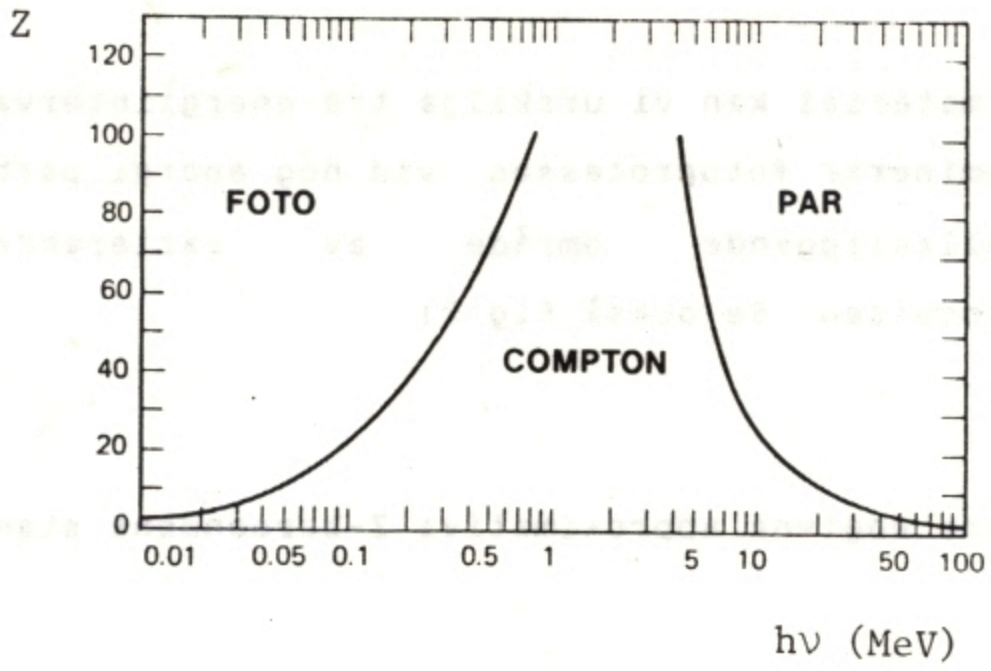



**Fig 21. Mest sannolik typ av växelverkan för en foton med energin hv i ett material med atomnummer Z.**

I Fig 21 sammanfattas frågan om vilken växelverkansprocess som dominerar för olika fotonenergier och atomnummer.

Vi ser tre områden inom vilka fotoprocess, comptonprocess respektive parbildning dominerar. I enlighet med vad som tidigare konstaterats dominerar fotoprocessen vid låga energier och parbildningsprocessen vid höga. Comptonprocessens mellanliggande intervall ses minska med ökande Z (jämför t ex Fig 17 med Fig 19). De två kurvorna i figuren motsvarar hv-Z-kombinationer för vilka två processer har lika stora tvärsnitt, dvs ger lika stora bidrag till $\mu/\varrho$.

## 2.7.3 Massenergiöverföringskoefficienten

Vi inför en ny storhet, massenergiöverföringskoefficienten, $\mu_{tr}/\varrho$ (mass energy transfer coefficient), som ett mått på överföringen av de infallande fotonernas energi till kinetisk energi hos laddade

partiklar.

För de enskilda växelverkansprocesserna har vi redan sådana mått i form av $f_{\gamma,e} \cdot \sigma^a_{\gamma,e}$, $f_{\gamma,\gamma e} \cdot \sigma^a_{\gamma,\gamma e}$ respektive $f_{\gamma,ee^+} \cdot \sigma^a_{\gamma,ee^+}$. Analogt med uttrycket för massattenueringskoefficienten, $\mu/\varrho$:

$$\frac{\mu}{\varrho} = \sigma^a_t \cdot \frac{N_A}{M} = (\sigma^a_{\gamma,e} + \sigma^a_{\gamma,\gamma e} + \sigma^a_{\gamma,ee^+} + \ldots.) \cdot \frac{N_A}{M} \qquad (42,44)$$

definierar vi nu $\mu_{tr}/\varrho$:

$$\frac{\mu_{tr}}{\varrho} = (f_{\gamma,e} \cdot \sigma^a_{\gamma,e} + f_{\gamma,\gamma e} \cdot \sigma^a_{\gamma,\gamma e} + f_{\gamma,ee^+} \cdot \sigma^a_{\gamma,ee^+} + \ldots.) \cdot \frac{N_A}{M} \qquad (50)$$

eller, med utnyttjande av (45) - (47):

$$\frac{\mu_{tr}}{\varrho} = f_{\gamma,e} \cdot \frac{I}{\varrho} + f_{\gamma,\gamma e} \cdot \frac{\sigma_c}{\varrho} + f_{\gamma,ee^+} \cdot \frac{K}{\varrho} + \ldots. \qquad (51)$$

$\mu_{tr}/\mu$ är följaktligen den andel ($0 \leq \mu_{tr}/\mu \leq 1$) av sin energi som en växelverkande foton i medeltal överför till kinetisk energi hos laddade partiklar (övertyga dig om det). Ekvation (37):

$$\mu = -\frac{1}{\dot{N}} \cdot \frac{d\dot{N}}{dx} \qquad (37)$$

ger oss, om vi multiplicerar med $\mu_{tr}/\mu$, förlänger högerledet med hv och tolkar resultatet:

$$\frac{\mu_{tr}}{\varrho} = \frac{1}{\varrho} \cdot \frac{1}{N \cdot hv} \cdot \frac{dE_{tr}}{dx} \qquad (52)$$

där $dE_{tr}$ är den till laddade partiklar överförda energin (via någon

typ av växelverkan) då N fotoner med vardera energin hν infaller mot ett materialskikt med tjockleken dx.

(Liksom tidigare betraktar vi enbart den primära växelverkan, dvs växelverkan mellan de infallande fotonerna och materialet. De härvid skapade sekundärfotonernas vidare öde och den kinetiska energin hos laddade partiklar som dessa vid sin attenuering ger upphov till bortser vi helt från, med motiveringen att sekundärfotonerna pga sin relativt långa räckvidd inte ger något bidrag till den lokalt absorberade energin (dvs energi absorberad nära platsen för den primära växelverkan). Beräkningen av den i ett stycke materia totalt absorberade energin, där hänsyn, åtminstone i princip, måste tas till sekundärfotonerna och produkterna av deras växelverkan i sin tur osv, är ett centralt problem inom dosimetrin.)

Ekvation (52) kan betraktas som den egentliga definitionen av $\mu_{tr}/\varrho$. I Fig 16 till 20 har lagts in en kurva som visar $\mu/\varrho - (1 - f_{\gamma,\gamma e}) \cdot \sigma_c/\varrho$, dvs $\mu_{tr}/\varrho$ med $f_{\gamma,e}$ och $f_{\gamma,ee^+}$ satta till 1 (se (51) och (48)). Denna storhet utgör en rimlig approximation till $\mu_{tr}/\varrho$.

## 2.7.4 Massenergiabsorptionskoefficienten

Då vi införde f-faktorerna, $f_{\gamma,e}$, $f_{\gamma,\gamma e}$ och $f_{\gamma,ee^+}$ under avsnitten om fotoprocessen, comptonprocessen respektive parbildnigsprocessen samt massenergiöverföringskoefficienten, $\mu_{tr}/\varrho$, var avsikten att få ett mått på den lokalt absorberade energin i materialet. f-faktorn anger, som vi minns, den andel ($0 \leq f \leq 1$) av den växelverkande fotonens energi som överförs till laddade partiklar (till skillnad från nya fotoner). De laddade partiklarna (elektroner och positroner) bromsas

mycket snabbt, dvs har mycket kort räckvidd, medan fotoner kan förväntas nå längre.

Bristen, som vi hittills har bortsett ifrån, i detta resonemang består i att elektronernas (och positronernas) inbromsning till en del är förknippad med emission av s k bromsstrålning, dvs nya fotoner, som också går förlorade för den lokalt absorberade energin.

Vi definierar därför en ny storhet, massenergi-absorptionskoefficienten, $\mu_{en}/\varrho$ (mass energy absorption coefficient):

$$\frac{\mu_{en}}{\varrho} = \frac{\mu_{tr}}{\varrho} (1 - g) \qquad (53)$$

där g utgör den andel ($0 \leq g \leq 1$) av elektronernas (och positronernas) kinetiska energi som i medeltal övergår till bromsstrålningsfotoner. $\mu_{en}/\varrho$ är alltså ett bättre mått på den verkliga lokalt absorberade energin. Korrektionsfaktorn, 1 - g är ofta försumbart litet skild från 1. Detta framgår av Tabell 2 som ger g för några olika material och fotonenergier.

| | hν (MeV) | | | |
|---|---|---|---|---|
| Material | 0.01 | 0.1 | 1 | 10 |
| Luft | 0.00 | 0.00 | 0.01 | 0.04 |
| $H_2O$ | 0.00 | 0.00 | 0.01 | 0.03 |
| Al (Z=13) | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.06 |
| Cu (Z=29) | 0.00 | 0.00 | 0.01 | 0.13 |
| Pb (Z=82) | 0.00 | 0.00 | 0.05 | 0.26 |

Tabell 2. g för några olika absorbatormaterial och fotonenergier, hν.

Strängt taget borde i g inkluderas ytterligare ett fenomen: Elektronerna kan under inbromsningen slå ut en hårt bunden atomär elektron, t ex en K-elektron. Vid fyllandet av den så skapade vakansen emitteras med en viss sannolikhet (fluoroscensutbytet, ω) en röntgenfoton. En sådan foton kan i bly maximalt ha 88 keV energi, i kalcium ca 3.6 keV och i syre 0.5 keV. En 0.5 keV foton gör knappast skäl för beteckningen röntgenstrålning och har heller ingen nämnvärd räckvidd (mfp). För tyngre ämnen kan dock effekten vara av åtminstone principiell betydelse. I praktiken försummar man den och inkluderar endast förluster via bromsstrålningsfotoner i g.

## 2.7.5 Buildup-faktorn

Betrakta åter den situation där en fotonstråle får träffa en detektor efter att ha trängt genom en bit materia. Tidigare (avsnitt 2.7.1) antog vi, i avsikt att förenkla problemet, att en foton som växelverkade alltid försvann ur strålen och inte kunde träffa detektorn ("god geometri"). En verklig situation är oftast mer komplicerad. En foton kan t ex comptonspridas en helt liten vinkel och trots att den har växelverkat träffa detektorn. Den kan också spridas flera gånger och händelsevis komma ut i rätt riktning för att detekteras. Vi registrerar följaktligen alltid fler fotoner än vi skulle i vårt idealiserade fall.

Transmissionsformeln, (39), måste kompletteras:

$$\dot{N}(x) = \dot{N}_0 \cdot B(x) \cdot e^{-\mu x} \qquad (54)$$

där B är den s k buildup-faktorn.

B är alltid större än 1. Dess faktiska värde beror på fotonenergi,

absorbatormaterialets egenskaper, detektortyp och, naturligtvis, geometrin. Så kan vi t ex genom att eftersträva "god geometri" eller genom att använda ett detekteringssystem som bara reagerar för fotoner vilkas energi är densamma som de mot absorbatorn infallande fotonernas (med en viss, ofrånkomlig, oskärpa) erhålla en buildup-faktor mycket nära 1.

Om, å andra sidan, en bred fotonstråle får tränga genom en absorbator vars tjocklek är några gånger fotonernas fria medelväglängd och detektorn registrerar fotoner oberoende av deras energi och infallsriktning, kan buildup-faktorn bli flera enheter stor.

Vi måste alltså vara medvetna om buildup-faktorns existens och att den kan ha en väsentlig betydelse. Dess faktiska värde får man, i princip, ta reda på från fall till fall, ofta via empiriska regler.

# 3. LADDADE PARTIKLARS VÄXELVERKAN

## 3.1 Inledning

De laddade partiklar som man i huvudsak utför experiment med och som också används, i större eller mindre utsträckning, inom radiofysiken är elektroner, protoner, α-partiklar, negativa π-mesoner och tunga joner.

- Elektronen, $e^-$, är en negativt laddad partikel med vilomassan $m_e = 9.1091 \cdot 10^{-31}$ kg. Den kan accelereras till hög energi och till hastigheter nära ljushastigheten (t ex i en betatron). Som vi har sett i avsnitt 2 kan snabba elektroner produceras bl a vid fotonens växelverkan med materia. Elektronens antipartikel, positronen, $e^+$, har samma egenskaper som elektronen men positiv laddning.

- Protonen, p, är en positivt laddad partikel med massan $M_p \approx 1836 \cdot m_e$. Denna stora massa innebär att det erfordras mer komplicerad och därmed dyrbarare utrustning för att accelerera protonen. Fria protoner, liksom α-partiklar och tunga joner (kärnfragment), kan produceras när snabba neutroner absorberas i materia.

- <u>α-partikeln</u> är en $^4$He-kärna, dvs den består av två protoner och två neutroner. Den har således en positiv nettoladdning och kan därför accelereras på samma sätt som protonen. Den emitteras också vid sönderfall av vissa radioaktiva nuklider.

- <u>π-mesonen</u> (pionen), π, har massan $M_\pi = 273 \cdot m_e$. Inom radiofysiken är den negativt laddade π-mesonen, $\pi^-$, av speciellt intresse. (π-mesoner kan också vara positivt laddade, $\pi^+$, eller sakna laddning, $\pi^o$.) Pionen kan produceras i nukleon-nukleon kollisioner vid energier större än några hundra MeV.

- <u>Tunga joner</u> är joniserade atomer av tunga element (varmed vi i detta sammanhang menar $Z \geq 3$), positivt laddade eftersom några eller alla banelektroner har avlägsnats.

För laddade partiklar som passerar genom materia är den <u>elektromagnetiska</u> växelverkan helt dominerande, speciellt då coulombväxelverkan. Den laddade partikelns energi och, speciellt för lätta partiklar (elektroner) dess riktning, kommer att ändras samtidigt som partikeln ger upphov till joniserade och exciterade atomer längs sin väg.

## <u>3.2 Växelverkansprocesser</u>

Växelverkansprocesserna mellan laddade partiklar och materia kan i huvudsak indelas i fyra grupper:

1) <u>Inelastisk kollision med atomära elektroner.</u> Detta är den dominerande mekanismen då en laddad partikel förlorar kinetisk energi under passage genom materia och också den typ av växelverkan som orsakar partikeln störst energiförlust. Resultatet blir att minst en, ofta flera, atomära elektroner övergår antingen till ett exciterat eller fritt tillstånd (excitation eller jonisation).

Vid jonisation kallas den bildade positivt laddade atomresten och den frigjorda banelektronen för ett <u>jonpar</u>. Om den laddade partikeln har tillräckligt hög energi bildar den, i sin tur, ett <u>spår</u> av jonisationer och excitationer i materialet. Jonparen och excitationerna är slumpmässigt fördelade utefter partikelspåret. En konfiguration av flera jonpar bildade inom en relativt liten volym kallas <u>jonklunga</u> (cluster). En lossliten banelektron med så hög kinetisk energi att den i sin tur kan förorsaka jonisation kallas <u>δ-partikel</u>. I Fig 22 illustreras schematiskt ett spår efter en laddad partikel.

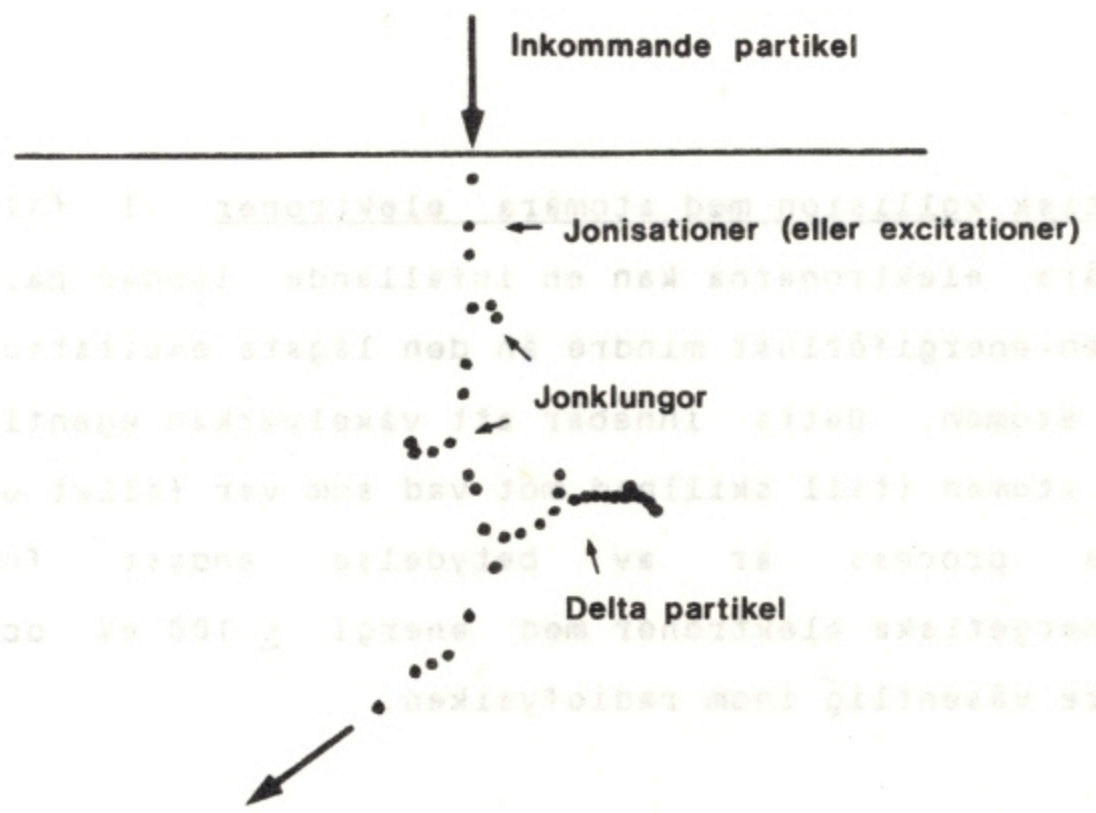



Fig 22. Schematisk framställning av spåret efter en joniserande partikel i materia. Längs partikelns väg bildas joniserade och exciterade atomer/molekyler. Flera jonpar bildade inom en begränsad volym utgör en jonklunga (cluster) och utslungade högenergetiska elektroner framstår som δ-partiklar.

2) Inelastisk kollision med en atomkärna. När den laddade partikeln kommer nära en kärna medför det starka coulombfältet att partikeln ändrar sin bana. Denna process resulterar ibland i att en bromsstrålningsfoton emitteras. Bromsstrålning brukar vara av intresse endast för elektroner (i de energiområden som är aktuella inom radiofysiken). Kärnexcitationer kan också förekomma, men är likaledes väsentligen utan intresse inom radiofysiken.

3) Elastisk kollision med en atomkärna. En avböjning av en laddad partikels bana nära en kärna kan även ske utan strålningsförluster eller kärnexcitation (jämför 2 ovan). Den infallande partikeln förlorar då bara så mycket kinetisk energi som krävs för att hålla systemets rörelsemängd konstant. Speciellt elektroner har hög sannolikhet att undergå denna typ av växelverkan. (Processen kallas ofta elastisk spridning mot en atomkärna.)

4) Elastisk kollision med atomära elektroner. I fältet från de atomära elektronerna kan en infallande, laddad partikel avböjas med en energiförlust mindre än den lägsta excitationspotentialen hos atomen. Detta innebär att växelverkan egentligen sker med hela atomen (till skillnad mot vad som var fallet under 1 ovan). Denna process är av betydelse endast för infallande lågenergetiska elektroner med energi $\lesssim$ 100 eV och är därför mindre väsentlig inom radiofysiken.

Sammanfattningsvis kan sägas att för elektroner kan, beroende på energin, alla fyra typerna av växelverkan förekomma, medan den klart viktigaste processen för tunga laddade partiklar är den inelastiska

kollisionen med atomära elektroner. Till gruppen tunga laddade partikar räknas ofta alla partiklar vars vilomassa är större än elektronens vilomassa. Vi kommer nu att lite mer i detalj titta på de olika växelverkansprocesserna.

## 3.3 Inelastiska kollisioner med atomära elektroner

Vid en rak central stöt mellan t ex en α-partikel med massan $M_\alpha$ och energin $E_\alpha$ och en elektron med massan m kan man visa, att den maximala energi som kan överföras ($Q_o$) är $2mv^2$, där v är α-partikelns hastighet. Detta kan skrivas som

$$Q_o = 2mv^2 = E_\alpha \cdot \frac{4m}{M_\alpha} \qquad (55)$$

För en 5 MeV α-partikel blir $Q_o$ = 2.5 keV. α-partikeln förlorar alltså sin energi i små portioner och genomgår följaktligen många kollisioner innan den bringas att stanna. Detta medför en väldefinierad räckvidd med liten statistisk spridning mellan olika α-partiklar med samma energi. (Riktningen av α-partikeln kan emellertid påverkas genom växelverkan med en atomkärna, så kallad Rutherford-spridning, se avsnitt 3.5).

Om projektilpartikeln istället är en elektron blir bilden annorlunda. Vid kollisioner mellan två partiklar med samma massa kan nämligen hela den kinetiska energin överföras till den stillastående partikeln. Stora energiöverföringar är sannolika och väglängden blir mycket mindre väldefinierad. Som vi ska se i avsnitt 3.5, kan vidare den lätta partikeln avböjas avsevärt i närheten av en atomkärna men därvid bibehålla större delen av sin energi.

Laddade partiklars energiöverföring till atomära elektroner måste, generellt sett, behandlas kvantmekaniskt. Även en klassisk lösning är emellertid tillämpbar, speciellt för tunga partiklar. Man antar härvid att alla elektroner i absorbatorn är fria, dvs att de erhåller så mycket energi vid en kollision att deras initiala bindningsenergi är försumbar. Detta medför att händelsen reduceras till en enkel kollision (en s k coulombkollision, eftersom elektrostatiska krafter dominerar växelverkan).

Den energi, dE, som partikeln i medeltal förlorar vid passage av sträckan dx (där dx mätes utefter partikelbanan) karakteriserar ämnets förmåga att bromsa partikeln ifråga. Kvoten dE/dx kallas den totala bromsförmågan eller den totala linjära bromsförmågan (total linear stopping power) om dE innefattar alla typer av energiförluster, och man bör, vid minsta tveksamhet, förtydliga med ett index, $(dE/dx)_{tot}$. Ofta används också beteckningen S för dE/dx. $(dE/dx)_{tot}$ kan uppdelas i kollisionsförlustdelen eller kollisionsbromsförmågan, $(dE/dx)_{col}$, och strålningsförlustdelen, $(dE/dx)_{rad}$ (se avsnitt 3.4): $(dE/dx)_{tot} = (dE/dx)_{col} + (dE/dx)_{rad}$.

Den klassiska behandlingen leder fram till följande parameterberoende för den linjära kollisionsbromsförmågan

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{col} \sim \frac{z^2}{v^2} \cdot Z \qquad (56)$$

Energiförlusterna är således

1) proportionella mot partikelns laddning i kvadrat, $z^2$

2) omvänt proportionella mot partikelns hastighet i kvadrat, $v^{-2}$

3) proportionella mot absorbatorns atomnummer, Z.

Det fullständiga, kvantmekaniska uttrycket utgörs av Bethe-Blochs formel (i form av den s k massbromsförmågan, dvs den linjära bromsförmågan dividerad med absorbatorns densitet, se nedan):

$$\frac{1}{\varrho} \cdot \left(\frac{dE}{dx}\right)_{col} = \frac{N_A \cdot Z}{A} \cdot \frac{z^2 e^4}{4\pi\varepsilon_o^2 m_o v^2} \cdot$$

$$\cdot \left(\ln\frac{Q_{max}}{I} - \ln(1-\beta^2) - \beta^2 - \frac{C}{Z} - \frac{1}{2}\cdot\delta\right) \qquad (57)$$

$N_A$ = Avogadros tal

Z = absorbatorns atomnummer

A = absorbatorns molvikt

z = den infallande partikelns laddning

$m_o$ = elektronens vilomassa

v = den infallande partikelns hastighet

I = medeljonisationspotentialen

$Q_{max}$ = maximalt överförd energi vid en kollision

C = skalkorrektionsterm

$\delta$ = korrektionsterm för polarisationseffekten

$\beta$ = den inkommande partikels relativa hastighet ($\beta = v/c$).

$Q_{max}$ är den <u>maximala energi som kan överföras</u> vid en rak central kollision och sträcker sig från $1/2 \cdot mv^2$ för en infallande elektron till $2mv^2$ för tunga infallande partiklar (den relativistiska massan avses då).

<u>Medeljonisationspotentialen</u>, I, utgör ett mått på den energi som, vid en kollision <u>i genomsnitt</u> överförs till en bunden elektron (dvs, en given elektron tilldelas antingen ingen energi alls eller, i genomsnitt, energin I). I är ett viktat medelvärde av alla atomens jonisations- och excitationspotentialer och är därför avsevärt större än den <u>minsta</u> energi som erfordras för att jonisera en atom. Det är svårt att bestämma I teoretiskt, varför uppskattningar av I erhålles från mätningar av bromsförmågan eller räckvidden för tunga partiklar. Den visar sig vara ungefär $13.5 \cdot Z$ eV. Bromsförmågan beror, som vi ser i (57), på logaritmen av I och varierar därför långsamt med I varför det exakta värdet ej är så kritiskt.

De två termer som innehåller $\beta$ är relativistiska korrektioner och påverkar inte bromsförmågan påtagligt om $v < c$. Som framgår av Fig 23 rör sig emellertid elektroner med energier över några hundra keV med nära ljushastigheten, varvid de relativistiska termerna måste beaktas.

En <u>skalkorrektionsterm</u>, C/Z, måste införas för att ta hänsyn till det faktum att elektroner kommer att bidraga mindre till bromsförmågan om den infallande partikelns hastighet är jämförbar med elektronernas hastigheter i sina banor (ordet syftar alltså på atomens elektronskal).

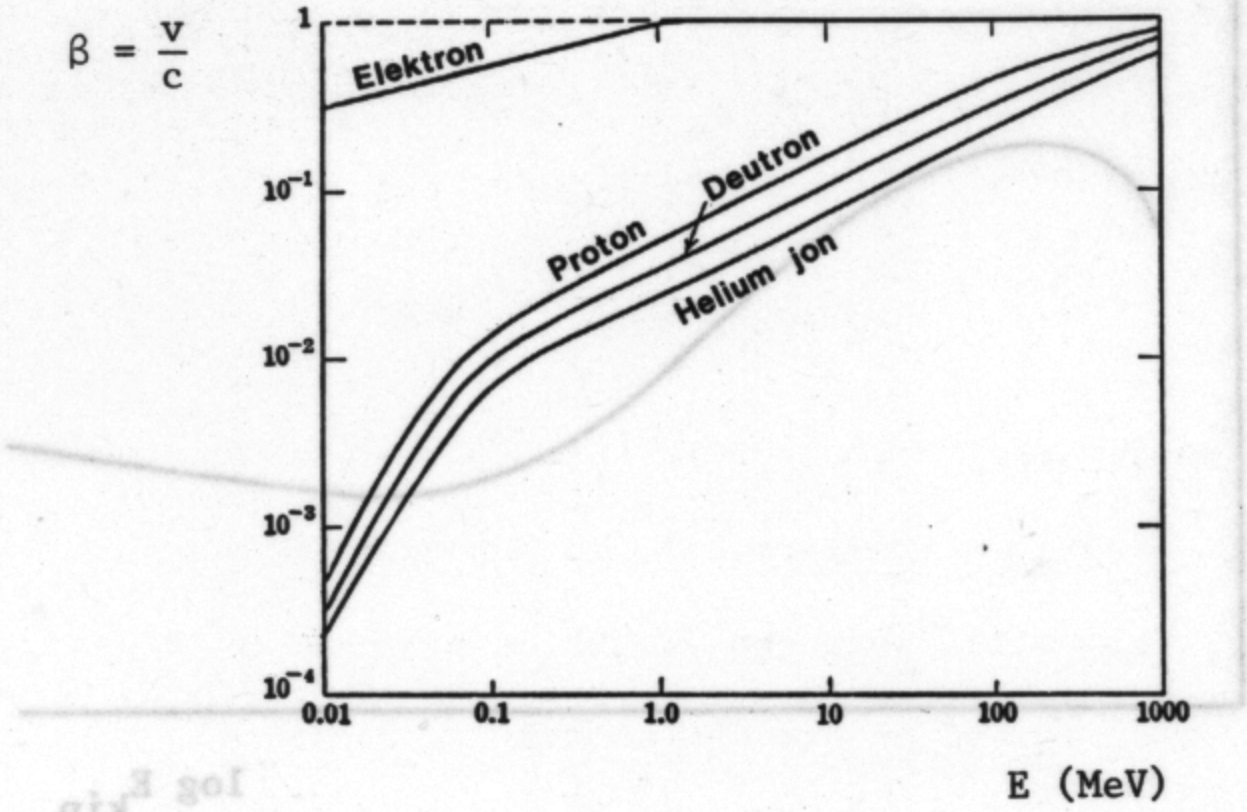



**Fig 23. Variationen av v/c, dvs β, med kinetisk energi för fyra laddade partiklar som ofta används vid bestrålningsförsök. Observera de logaritmiska skalorna.**

Teorin om kollisionsförluster har baserats på antagandet att atomerna är oberoende av varandra, vilket emellertid endast gäller för gaser vid lågt tryck. Om partiklarna passerar genom tätare material måste vi införa en korrektion pga den s k täthetseffekten (density effect) eller polarisationseffekten. Då atomerna ligger nära varandra kommer nämligen det elektriska fältet mellan partikeln och banelektronen att påverkas av andra närliggande atomers fält. Resultatet blir att fältet mellan dem reduceras, vilket minskar partikelns energiförlust vid kollisionen. Materialets dielektriska egenskaper och spridningsegenskaper påverkar densitetseffektens storlek. Effekten är mest uttalad vid växelverkan på stort avstånd. Sådana kollisioner sker i ett stort antal vid höga kinetiska energier hos partikeln, i synnerhet om dess hastighet är relativistisk. Densitetseffekten ökar således med partikelenergin. Om uttrycket för kollisionsbromsförmågan

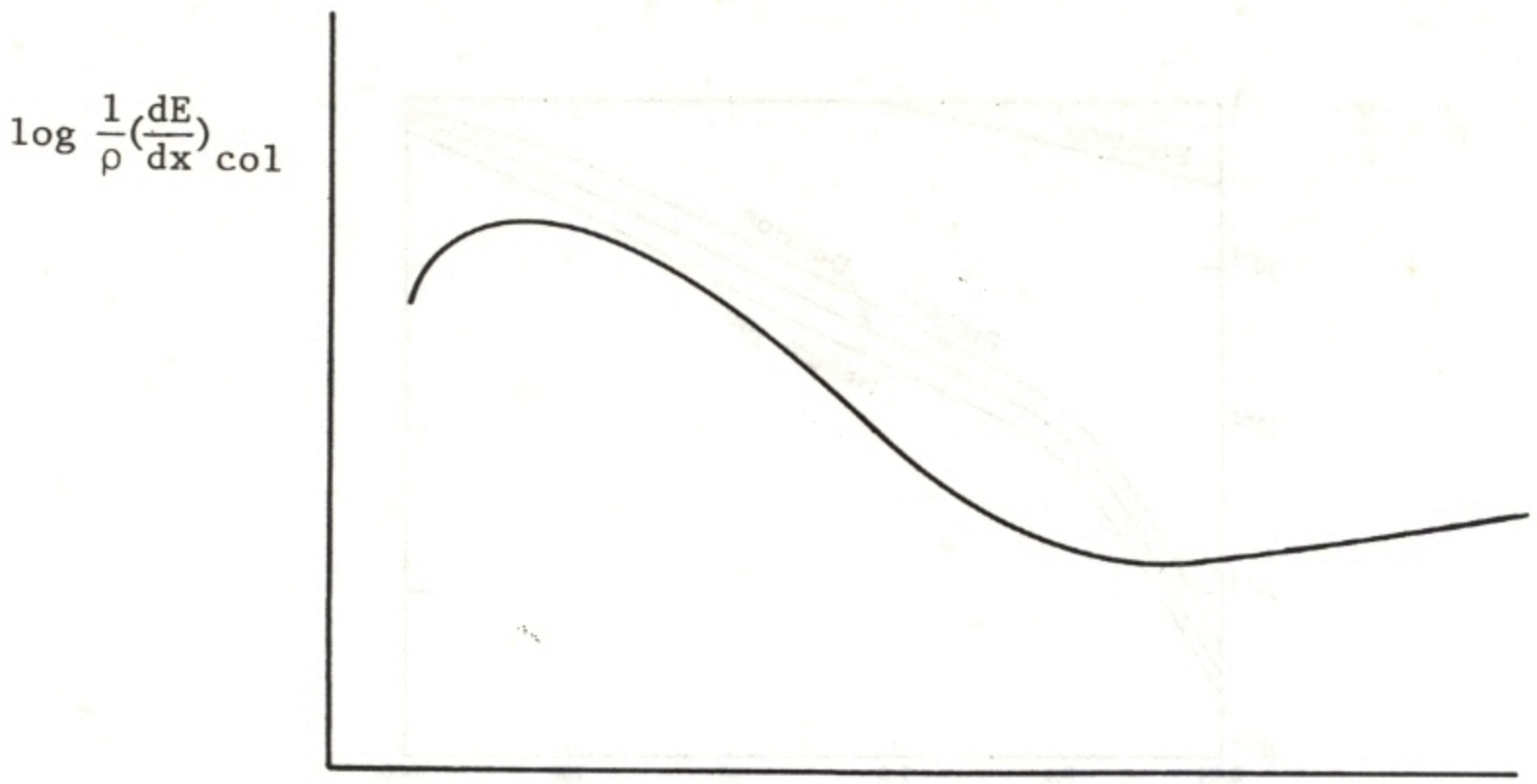



Fig 24. Schematisk beskrivning av laddade partiklars kollisionsförluster som funktion av den inkommande partikelns kinetiska energi.

skrives som i (57) kommer korrektionen för densitetseffekten att ingå i formeln som en term $\delta/2$. Korrektionen reducerar således partikelns bromsförmåga (medan räckvidden ökar). Fig 24 visar schematiskt det fullständiga uttrycket för Bethe-Blochs formel för laddade partiklars kollisionsförluster som funktion av den inkommande partikelns kinetiska energi. Vid låga energier, till vänster om toppen (Bragg-topp, se nedan) minskar bromsförmågan pga att partikelns effektiva laddning minskar. Minskningen till höger om maxvärdet beror på $1/v^2$. Vid relativistiska energier ökar bromsförmågan huvudsakligen pga termen $\ln(1 - \beta^2)$. Skalkorrektionstermen är enbart av betydelse för hög-Z material, banelektronerna i de inre skalen har då relativistiska hastigheter. Densitetseffekten medför att ökningen av bromsförmågan för höga energier reduceras.

Vid en jämförelse av kollisionsbromsförmågan mellan elektroner och tunga laddade partiklar framstår fr a två väsentliga skillnader: elektronen kan vid kollisioner med atomära elektroner avlämna hela sin energi (påverkar storleken av $Q_{max}$) och elektroner med energier på över några få hundra keV visar som vi sett relativistiska effekter.

<u>Massbromsförmågan</u>, $1/\varrho \cdot dE/dx$ (eller $S/\varrho$), dvs den linjära bromsförmågan, $dE/dx$ (eller S), dividerad med absorbatorns densitet, $\varrho$, är ungefär lika stor för alla material. Fig 25 visar hur massbromsförmågan för elektroner i vatten, grafit och luft varierar med energin. Observera att figuren visar bidragen från såväl kollisions- som strålningsförlusten. Vid låga energier varierar kollisionsbidraget till massbromsförmågan som $v^{-2}$

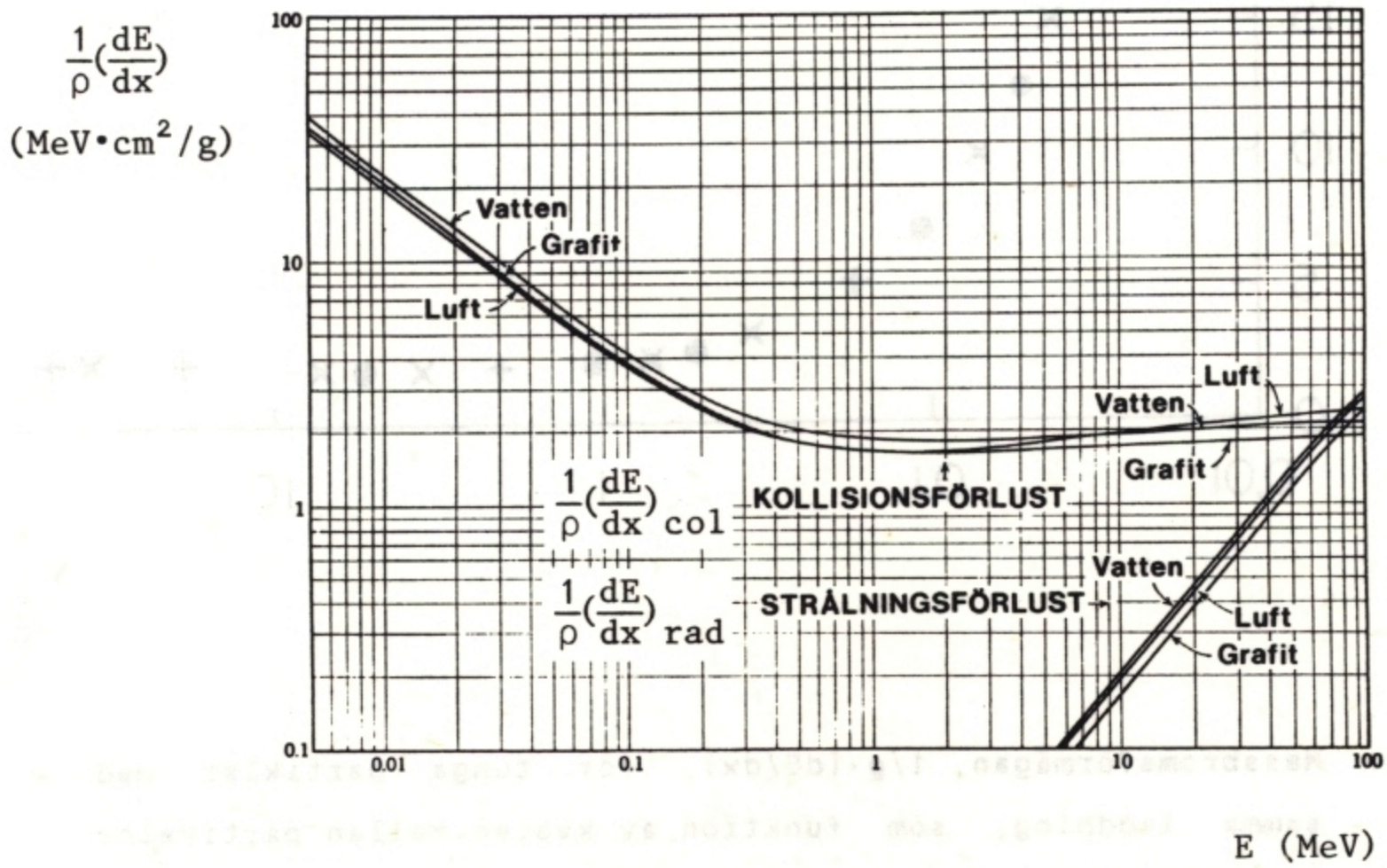



Fig 25. Massbromsförmågan, $1/\varrho \cdot (dE/dx)$, för elektroner i vatten, grafit och luft, som funktion av elektronenergin, E.

i enlighet med den klassiska behandlingen. Kollisionsbidraget är vidare nära konstant i intervallet 0.5 - 100 MeV, i realiteten ännu längre, se Fig 28.

Vi ser vidare densitetseffektens betydelse genom att jämföra massbromsförmågan för luft och grafit: För låga energier är den ungefär lika, medan för högre energier ett högre värde erhålls för luft.

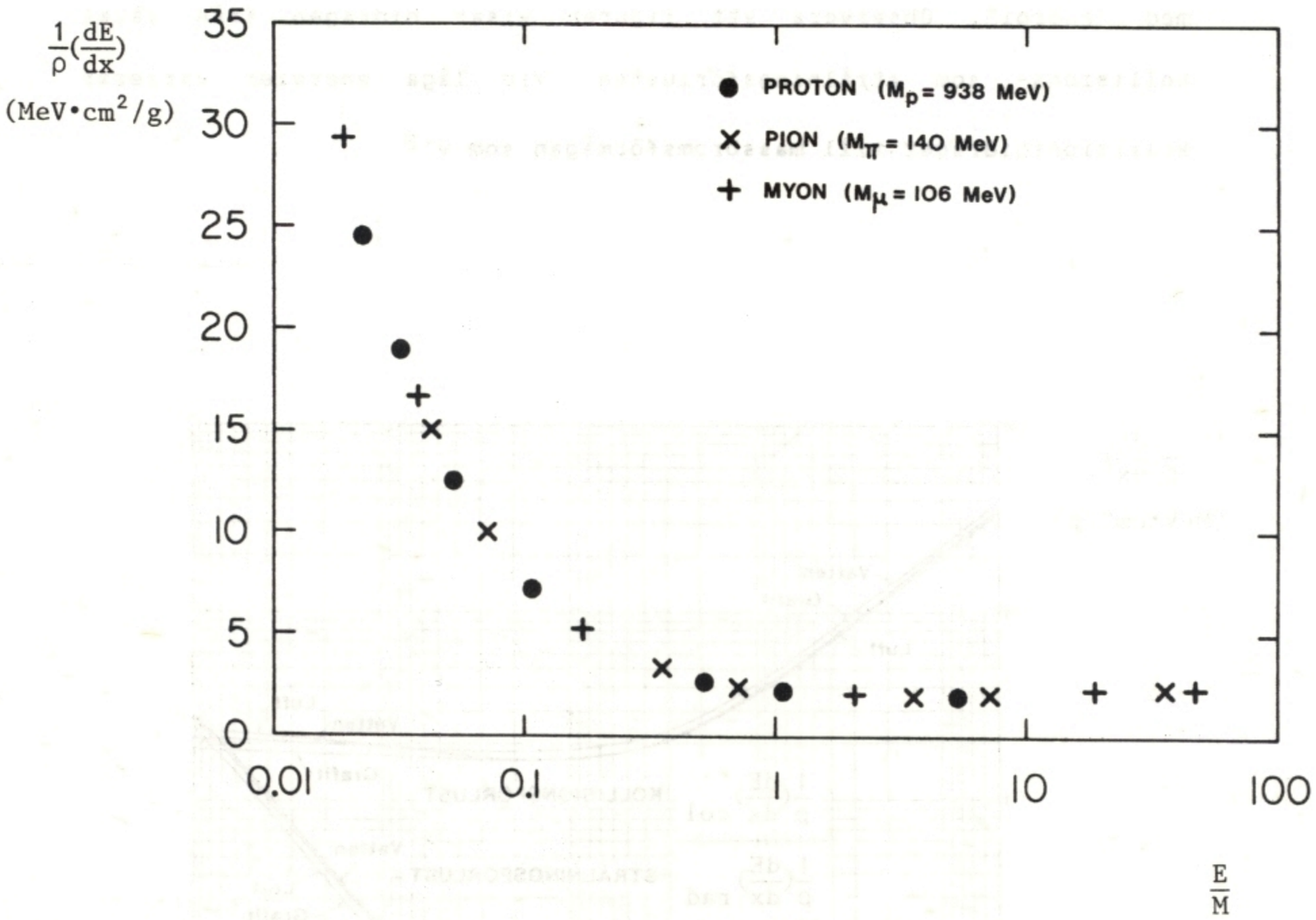



Fig 26. Massbromsförmågan, $1/\varrho \cdot (dE/dx)$, för tunga partiklar med samma laddning, som funktion av kvoten mellan partikelns energi och dess massa, E/M.

Massbromsförmågan för några tunga partiklar visas i Fig 26. Observera att man här har plottat massbromsförmågan mot E/M, dvs kvoten mellan partikelns energi och dess massa. Detta innebär att olika partiklar med samma laddning och samma hastighet väsentligen får samma massbromsförmåga. För partiklar med olika laddning men med samma hastighet kan massbromsförmågan beräknas genom så kallad scaling (se avsnitt 3.8).

Kollisionsbidraget till massbromsförmågan för α-partiklar i några material som ofta används i detektorer av olika slag visas i Fig 27. För α-partiklar i detta energiintervall approximerar kollisionsbidraget med utmärkt noggrannhet den totala massbromsförmågan.

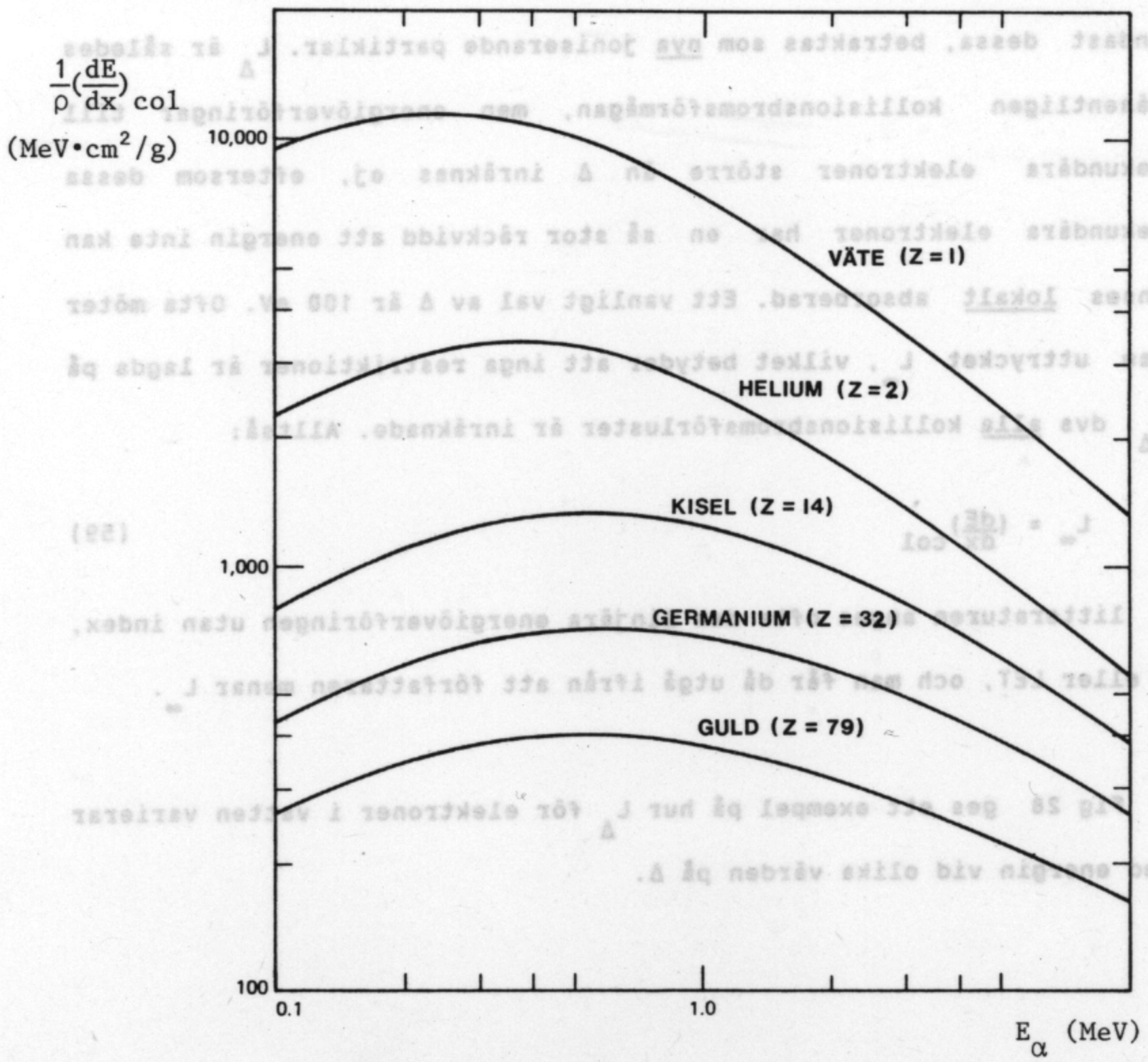



Fig 27. Massbromsförmågan, $1/\rho \cdot (dE/dx)_{col}$, för α-partiklar i några vanliga detektormaterial som funktion av partikelenergin, $E_\alpha$.

Massbromsförmågan för några tunga partiklar visas i Fig 26. Observera att man här har plottat massbromsförmågan mot E/M, dvs kvoten mellan partikelns energi och dess massa. Detta innebär att olika partiklar med samma laddning och samma hastighet väsentligen får samma massbromsförmåga. För partiklar med olika laddning men med samma hastighet kan massbromsförmågan beräknas genom så kallad scaling (se avsnitt 3.8).

Kollisionsbidraget till massbromsförmågan för α-partiklar i några material som ofta används i detektorer av olika slag visas i Fig 27. För α-partiklar i detta energiintervall approximerar kollisionsbidraget med utmärkt noggrannhet den totala massbromsförmågan.

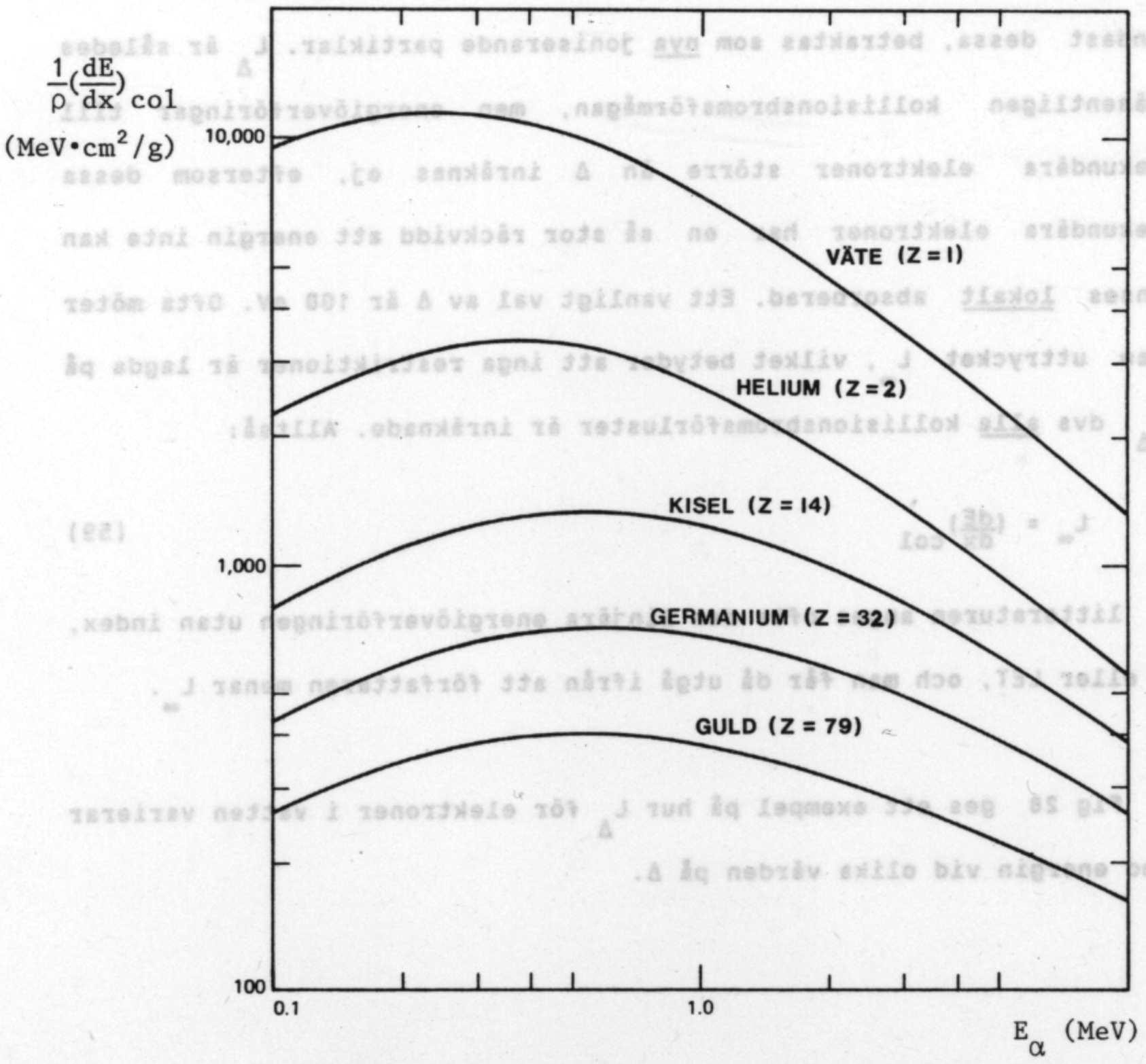



Fig 27. Massbromsförmågan, $1/\varrho \cdot (dE/dx)_{col}$, för α-partiklar i några vanliga detektormaterial som funktion av partikelenergin, $E_\alpha$.

Massbromsförmågan för några tunga partiklar visas i Fig 26. Observera att man här har plottat massbromsförmågan mot E/M, dvs kvoten mellan partikelns energi och dess massa. Detta innebär att olika partiklar med samma laddning och samma hastighet väsentligen får samma massbromsförmåga. För partiklar med olika laddning men med samma hastighet kan massbromsförmågan beräknas genom så kallad scaling (se avsnitt 3.8).

Kollisionsbidraget till massbromsförmågan för α-partiklar i några material som ofta används i detektorer av olika slag visas i Fig 27. För α-partiklar i detta energiintervall approximerar kollisionsbidraget med utmärkt noggrannhet den totala massbromsförmågan.

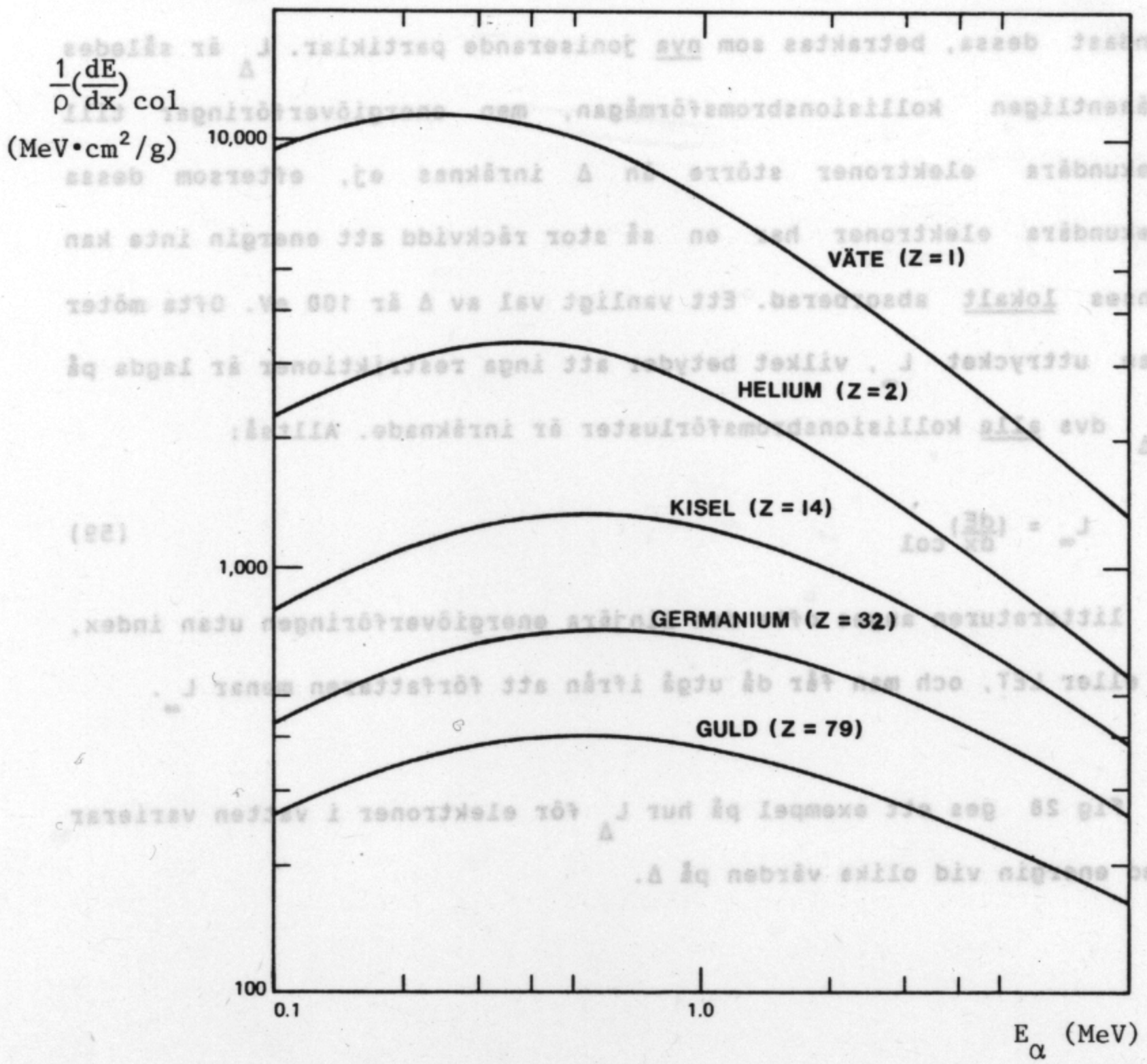



Fig 27. Massbromsförmågan, $1/\varrho \cdot (dE/dx)_{col}$, för α-partiklar i några vanliga detektormaterial som funktion av partikelenergin, $E_\alpha$.

Den totala linjära bromsförmågan, dE/dx, innefattar alla energiförluster utefter sträckan dx utan avseende på var denna förlorade energi deponeras. För att få ett mått på den energi som absorberas lokalt utefter spåret använder man en begränsad (kollisions-) bromsförmåga $(dE/dx)_\Delta$, ofta kallad linjär energiöverföring eller LET, $L_\Delta$ (Linear Energy Transfer eller Restricted linear collision stopping power). Den linjära energiöverföringen för ett visst tröskelvärde $L_\Delta$ definieras som den energiöverföring per längdenhet som orsakas av kollisioner vardera med energiöverföringar mindre än tröskelvärdet Δ, dvs

$$L_\Delta = \left(\frac{dE}{dx}\right)_{col,\Delta} \qquad (58)$$

Detta betyder alltså att δ-partiklar med högre energi än Δ, men endast dessa, betraktas som nya joniserande partiklar. $L_\Delta$ är således väsentligen kollisionsbromsförmågan, men energiöverföringar till sekundära elektroner större än Δ inräknas ej, eftersom dessa sekundära elektroner har en så stor räckvidd att energin inte kan anses lokalt absorberad. Ett vanligt val av Δ är 100 eV. Ofta möter man uttrycket $L_\infty$, vilket betyder att inga restriktioner är lagda på $L_\Delta$, dvs alla kollisionsbromsförluster är inräknade. Alltså:

$$L_\infty = \left(\frac{dE}{dx}\right)_{col} \qquad (59)$$

I litteraturen anges ofta den linjära energiöverföringen utan index, L eller LET, och man får då utgå ifrån att författaren menar $L_\infty$.

I Fig 28 ges ett exempel på hur $L_\Delta$ för elektroner i vatten varierar med energin vid olika värden på Δ.

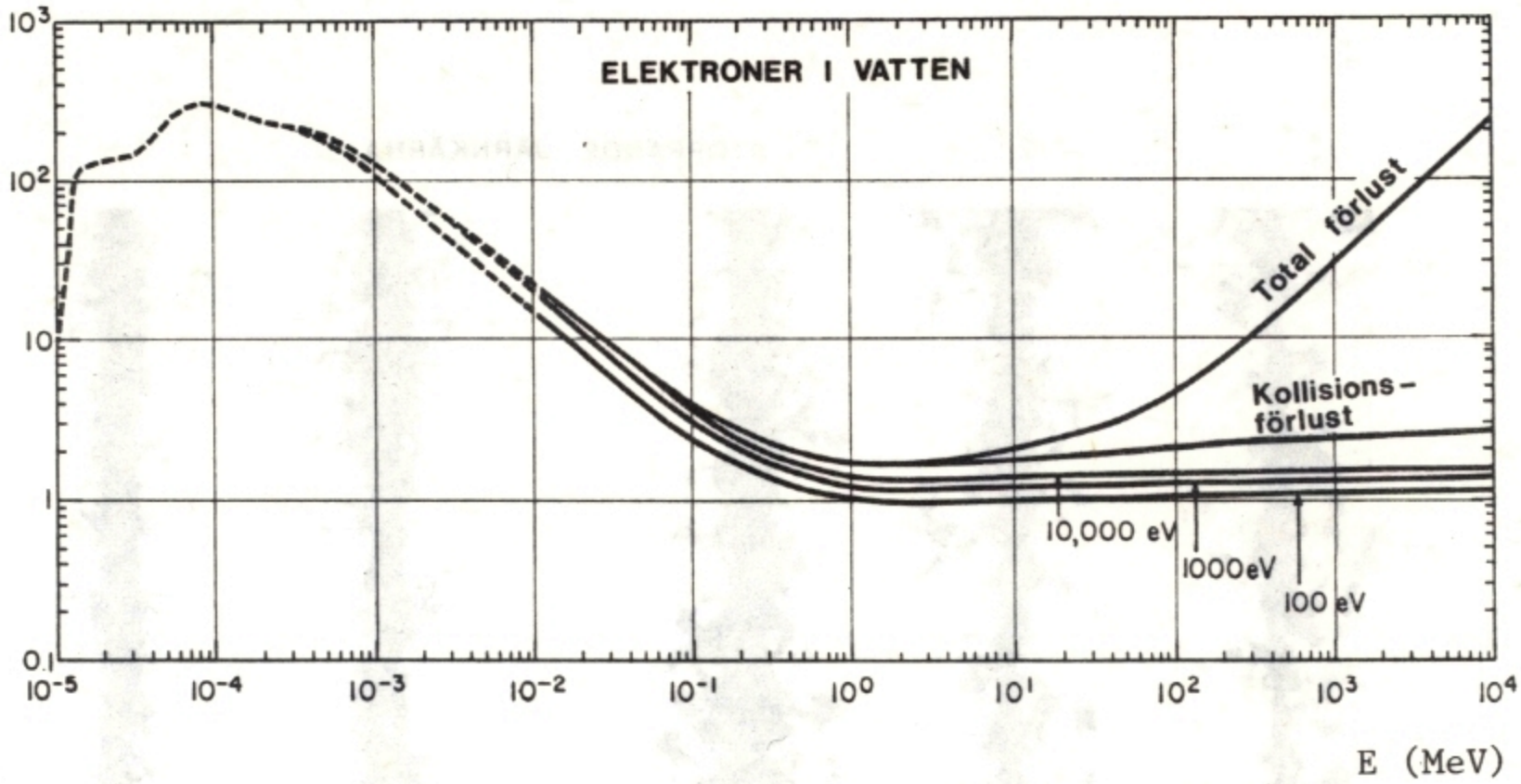



Fig 28. $L_\Delta$ för elektroner i vatten. Δ = 100, 1000 och 10000 eV. För $L_\infty$ får vi det totala kollisionsförlustbidraget ("Kollisionsförlust"). "Total förlust" innefattar också strålningsförluster.

Den linjära energiöverföringen är således ett mått på den infallande partikelns jonisationstäthet. Det speciella intresse man inom radiofysiken ägnar åt L beror på att den biologiska effekten av strålningen drastiskt beror på L-värdet.

Tunga joner ($Z \geq 3$) växelverkar på samma sätt som protoner och α-partiklar. De har alltså mycket kort räckvidd och därmed mycket hög jonisationstäthet, vilket framgår av partikelspåret i Fig 29.

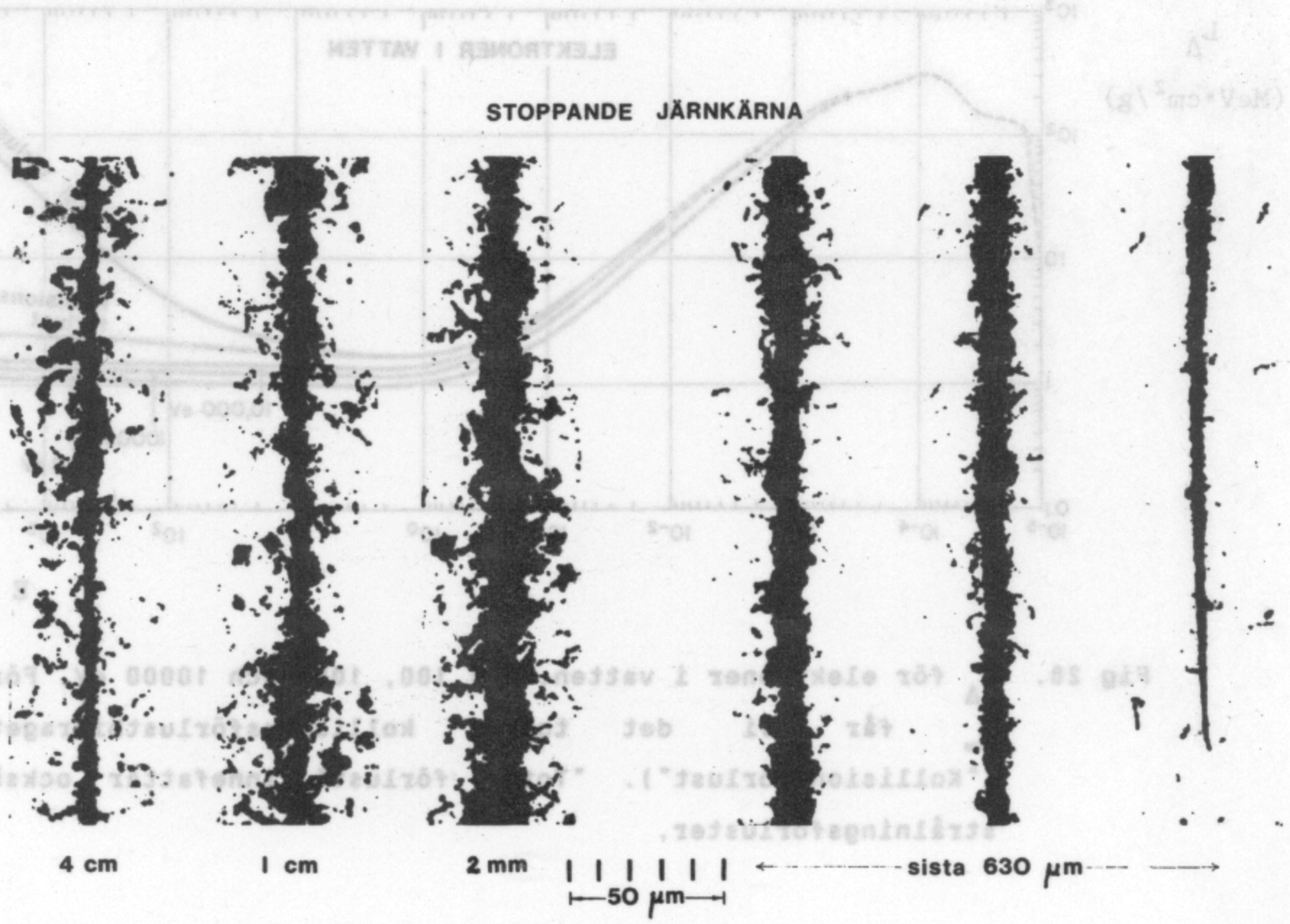



Fig 29. Spåret efter en stoppande järnkärna (Z = 26) i kärnemulsion. När den från början relativistiska jonen bromsas upp och infångar elektroner, minskar jonens effektiva laddningen och ett karakteristiskt avsmalnande spår erhålles. Lägg märke till den mycket höga jonisationstätheten samt förekomsten av jonklungor och δ-partiklar. Den tunga jonen rör sig längs en rak bana i absorbatormaterialet (notera dock avböjningen av spåret alldeles innan stoppunkten (se avsnitt 3.5)). (Kärnemulsion är ett fotografiskt detektormaterial som fr a består av silver och brom, men också av mindre mängder kol, kväve, syre och väte.)

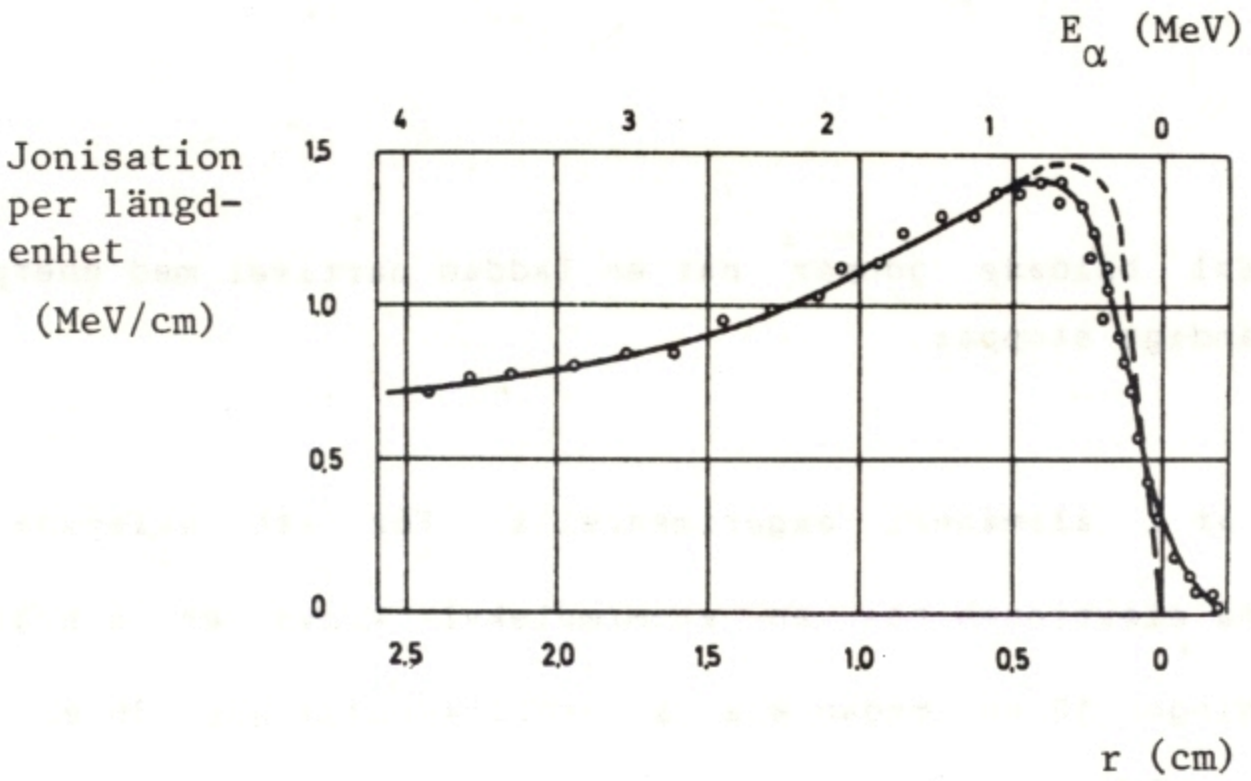



Fig 30. Bragg-kurvan (experimentella punkter) för α-partiklar i luft, visar jonisationen per längdenhet som funktion av tillryggalagd sträcka, r. Den streckade kurvan exemplifierar en α-partikels jonsationskurva.

Den specifika jonisationen, dvs antalet bildade jonpar per längdenhet längs en partikels spår, ger den så kallade Bragg-kurvan (Fig 30). Denna är nära relaterad till det varierande värdet på bromsförmågan, dE/dx, när partikeln bromsas ner och visar en topp i jonisationstätheten mot slutet av partikelbanan där den specifika jonisationen når ett maximum. Effekten av den successiva ändringen av dE/dx minskas något av den så kallade straegglingen (se avsnitt 3.7), vilken ökar bredden på jonisationstoppen och dessutom ger en "svans" vid partikelbanans slut.

Längs spåret sker jonisationer och excitationer. För att bilda ett jonpar åtgår i medeltal energin $\bar{W}$:

$$\bar{W} = \frac{E}{N} \qquad (60)$$

N = antal bildade jonpar när en laddad partikel med energin E fullständigt stoppas.

Värden på $\overline{W}$ är i allmänhet experimentella. För att avlägsna den lösast bundna elektronen hos en atom/molekyl krävs en energi av storleksordningen 10 eV medan $\overline{W}$ är av storleksordningen 30 eV. Man har funnit att $\overline{W}$ är nästan oberoende av partikelenergin. Den varierar något mellan olika slags partiklar och är något större för α-partiklar än för elektroner. Ett viktigt värde inom dosimetrin är $\overline{W}$ för elektroner i luft: $\overline{W}_{luft} = 33.73$ eV.

## 3.4 Inelastiska kollisioner med en atomkärna

I den klassiska teorin gäller generellt, att när en laddning undergår acceleration utsänder den elektromagnetisk strålning. Den klassiska teorin om denna så kallade bromsstrålning antar emellertid felaktigt att strålning alltid emitteras då en elektron avböjs. Den kvantmekaniska teorin säger däremot att det finns en liten men ändlig sannolikhet att en foton skall emitteras varje gång en partikel avböjs, men denna sannolikhet är så liten att vanligen ingen foton emitteras. I det fåtal kollisioner vilka är förenade med fotonemission kommer i gengäld en relativt stor del av energin att emitteras som strålning. På detta sätt ersättes i kvantteorin ett stort antal små "klassiska" energiförluster med ett mycket mindre antal större faktiska energiförluster. Intensitetsmedelvärdet är ungefär detsamma i de båda teorierna men vinkelfördelningarna blir

naturligtvis helt olika. Experimentella resultat stämmer väl med den kvantmekaniska modellen. (Observera att begreppet kollision i detta avsnitt betecknar en avböjning av den inkommande partikeln i en atomkärnas elektrostatiska fält).

Den acceleration som en partikel med laddningen ze erfar på avståndet r från en kärna med laddningen Ze blir (som vanligt) lika med kraften dividerad med partikelns massa, m, dvs

$$a = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \cdot \frac{Z \cdot ze}{mr^2} \qquad (61)$$

och strålningsenergi kommer (enligt den klassiska teorin) att emitteras proportionellt mot kvadraten på denna acceleration, dvs proportionellt mot

$$\frac{Z^2 \cdot z^2 e^4}{m^2} \qquad (62)$$

Denna strålning kallas som nämnts bromsstrålning och vi ser att den totala bromsstrålningen per atom

1) varierar med materialets atomnummer i kvadrat, $Z^2$

2) är omvänt proportionell mot partikelns massa i kvadrat, $m^{-2}$

Detta betyder att bromsstrålning är viktigast för högatomära ämnen samt att lätta partiklar utsänder mer bromsstrålning än tunga med samma hastighet. Elektroner emitterar t ex över en million gånger mer än protoner. Bromsstrålning brukar kunna försummas för alla partiklar

utom för elektroner. En elektron kan i en enda kollision med kärnan förlora hela sin energi, varför den maximala fotonenergin i ett bromsstrålningsspektrum är $h\nu_{max} = E$ där E är elektronens kinetiska energi.

Elektronens energiförlust per längdenhet pga bromsstrålning, $(dE/dx)_{rad}$, påverkas också av den så kallade skärmningseffekten: Den växelverkande kärnans fält är inte ett rent coulombfält utan skärmas pga laddningsfördelningen hos mellanliggande elektroner. Skärmningskorrektioner blir aktuella vid höga elektronenergier, när elektronen kan växelverka på stora avstånd från kärnan.

Experimentella data för bromsstrålningsproduktion i tunna absorbatorer visar att den emitterade strålningens intensitet i någon viss riktning är i stort sett lika för alla fotonenergier (upp till maxvärdet). Bromsstrålningsspektra för den mer realistiska situationen med en tjock absorbator visas, för olika energier på de infallande elektronerna, i Fig 31. Varför, till skillnad från fallet med en tunn absorbator, avtar här intensiteten med ökande energi på bromsstrålningsfotonerna?

Vid mycket låga elektronenergier uppvisar bromsstrålningsemissionen maximum i räta vinklar mot den infallande strålningen, medan den vid högre energier blir alltmer framåtriktad, vilket framgår av Fig 32.

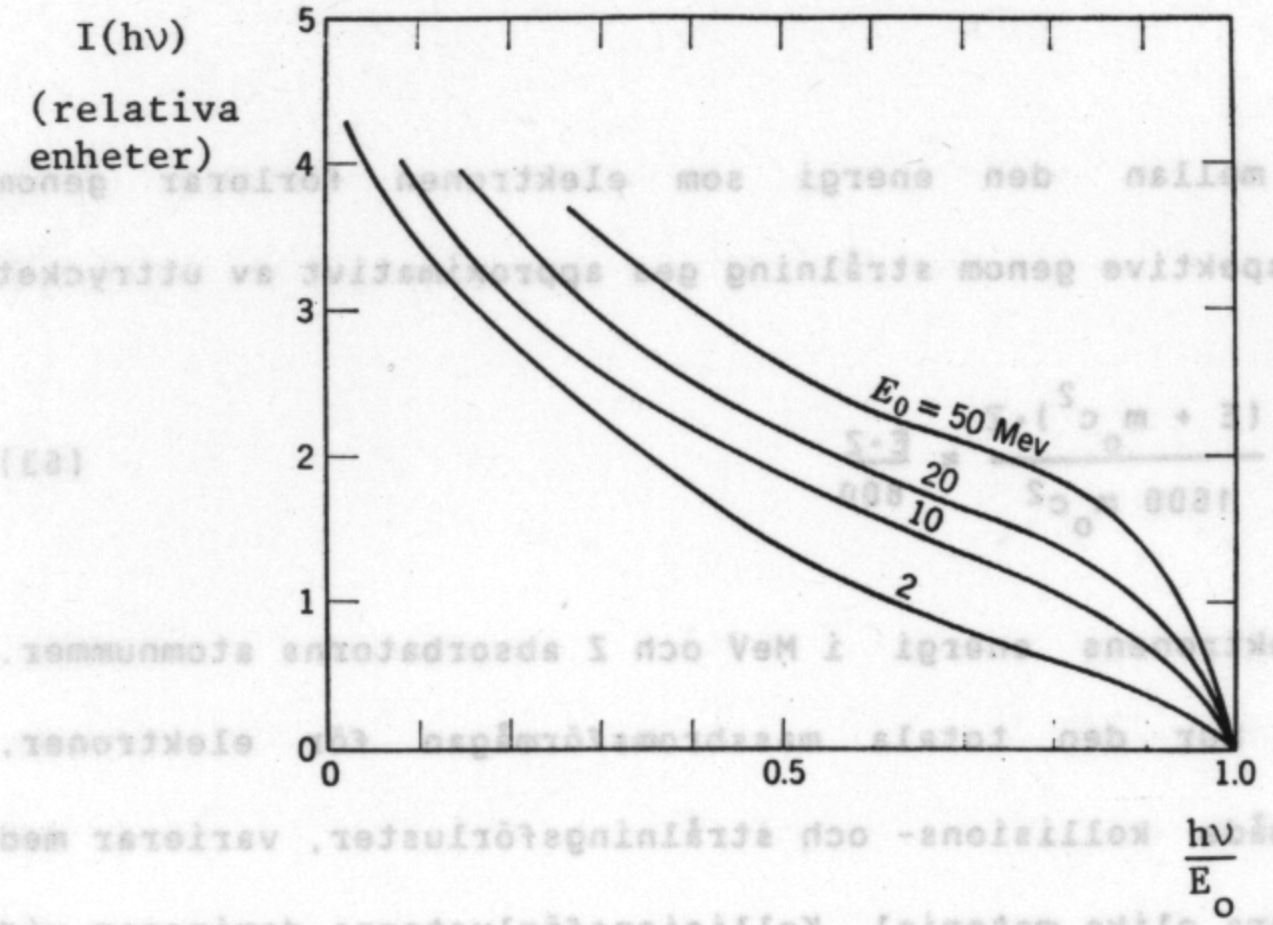



Fig 31. Energifördelningen för ett bromsstrålningsspektrum i en tjock absorbator, I(hν), för olika initiala elektronenergier, $E_0$, som funktion av bromsstrålningsfotonernas energi, hν (i form av $h\nu/E_0$).

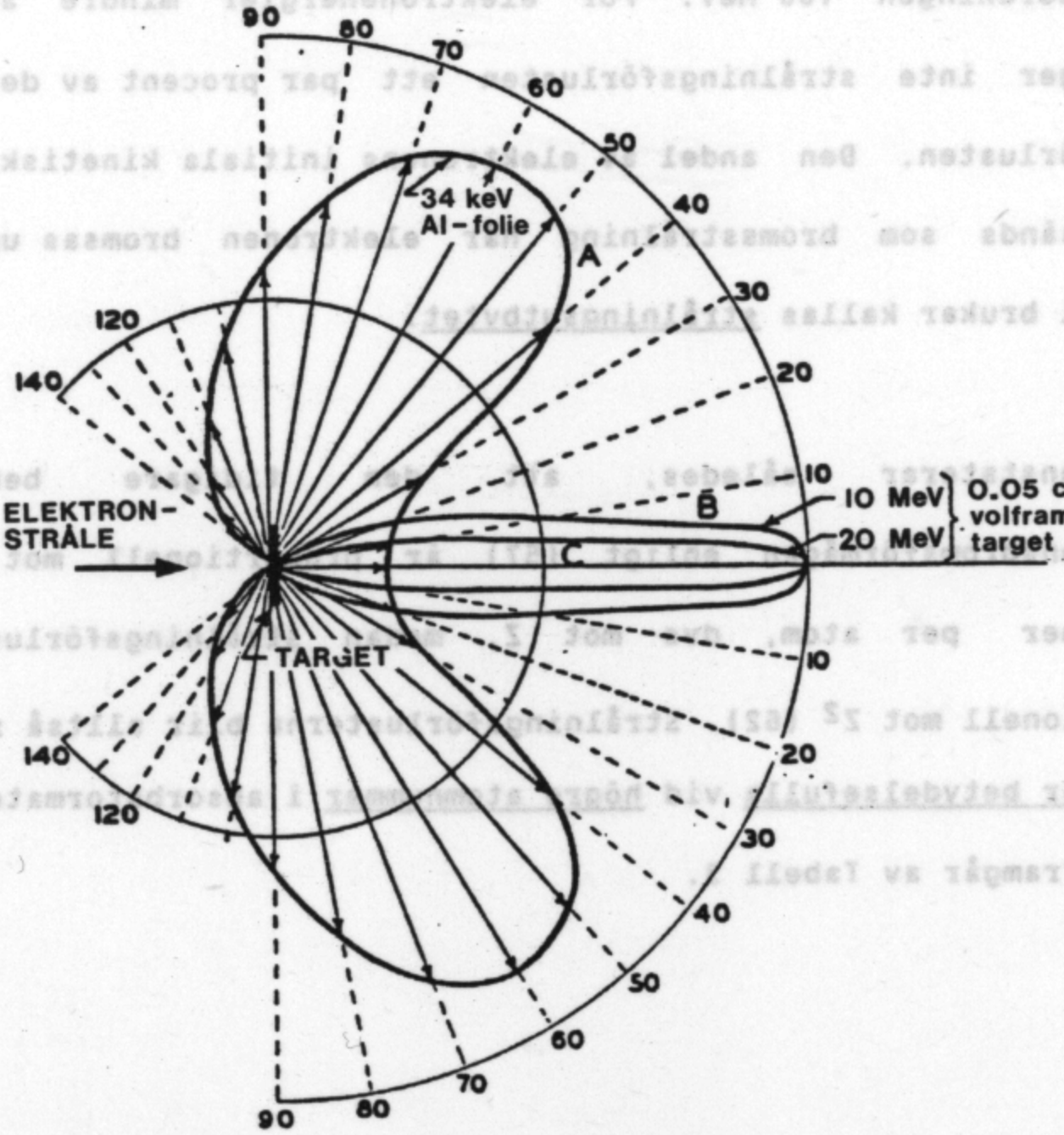



Fig 32. Bromsstrålningens intensitet som funktion av emissionsvinkeln efter elektronbestrålning av en tunn folie.

Kurva A: 34 keV elektroner mot en tunn aluminiumfolie.

Kurva B och C: 10 MeV respektive 20 MeV elektroner mot en 0.05 cm tjock volframtarget.

Förhållandet mellan den energi som elektronen förlorar genom kollisioner respektive genom strålning ges approximativt av uttrycket

$$\frac{(\frac{dE}{dx})_{rad}}{(\frac{dE}{dx})_{col}} \approx \frac{(E + m_o c^2) \cdot Z}{1600\ m_o c^2} \approx \frac{E \cdot Z}{800} \qquad (63)$$

där E är elektronens energi i MeV och Z absorbatorns atomnummer. Fig 33 visar hur den totala massbromsförmågan för elektroner, innefattande både kollisions- och strålningsförluster, varierar med energin för några olika material. Kollisionsförlusterna dominerar vid låga energier, strålningsförlusterna vid höga. Jämför också Fig 25. För bly (Z = 82) blir strålnings- och kollisionsförlusterna jämförbara vid ca 9 MeV. För vatten och luft är motsvarande energi av storleksordningen 100 MeV. För elektronenergier mindre än 1 MeV överstiger inte strålningsförlusten ett par procent av den totala energiförlusten. Den andel av elektronens initiala kinetiska energi som utsänds som bromsstrålning när elektronen bromsas upp i ett material brukar kallas strålningsutbytet.

Vi konstaterar således, att den tidigare behandlade kollisionsbromsförmågan enligt (57) är proportionell mot antalet elektroner per atom, dvs mot Z, medan strålningsförlusten är proportionell mot $Z^2$ (62). Strålningsförlusterna blir alltså relativt sett mer betydelsefulla vid högre atomnummer i absorbatormaterialet, vilket framgår av Tabell 3.

| | E (MeV) | H | C | Si | Pb |
|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{\rho}(\frac{dE}{dx})_{col}$ (MeV•cm$^2$/g) | 0.1 | 8.737 | 3.671 | 3.265 | 1.964 |
| | 1.0 | 3.816 | 1.609 | 1.507 | $9.939 \cdot 10^{-1}$ |
| | 10.0 | 4.391 | 1.730 | 1.697 | 1.201 |
| | 100.0 | 5.259 | 1.928 | 1.918 | 1.423 |
| $\frac{1}{\rho}(\frac{dE}{dx})_{rad}$ (MeV•cm$^2$/g) | 0.1 | $1.216 \cdot 10^{-3}$ | $3.414 \cdot 10^{-3}$ | $8.389 \cdot 10^{-3}$ | $4.454 \cdot 10^{-3}$ |
| | 1.0 | $5.152 \cdot 10^{-3}$ | $1.053 \cdot 10^{-2}$ | $2.360 \cdot 10^{-2}$ | $1.290 \cdot 10^{-1}$ |
| | 10.0 | $8.809 \cdot 10^{-2}$ | $1.513 \cdot 10^{-1}$ | $3.161 \cdot 10^{-1}$ | 1.206 |
| | 100.0 | 1.295 | 2.046 | 4.099 | $1.436 \cdot 10^{1}$ |
| strålnings-utbyte | 0.1 | $7.457 \cdot 10^{-5}$ | $5.270 \cdot 10^{-4}$ | $1.476 \cdot 10^{-3}$ | $1.162 \cdot 10^{-2}$ |
| | 1.0 | $6.501 \cdot 10^{-4}$ | $3.350 \cdot 10^{-3}$ | $8.275 \cdot 10^{-3}$ | $6.842 \cdot 10^{-2}$ |
| | 10.0 | $9.177 \cdot 10^{-3}$ | $3.872 \cdot 10^{-2}$ | $7.919 \cdot 10^{-2}$ | $3.162 \cdot 10^{-1}$ |
| | 100.0 | $1.024 \cdot 10^{-1}$ | $3.108 \cdot 10^{-1}$ | $4.580 \cdot 10^{-1}$ | $7.617 \cdot 10^{-1}$ |

**Tabell 3. Kollisionsförluster, strålningsförluster samt strålningsutbytet som funktion av den inkommande elektronens energi i några absorbatormaterial.**

Ytterligare två processer som leder till strålningsförluster kan vara värda att känna till, trots att de saknar nämnvärd betydelse inom radiofysiken: Emission av bromsstrålning kan också förekomma i en atomär elektrons coulombfält genom så kallad elektron-elektron kollision. Rekylelektronen kan härvid ta upp en stor del av energi och moment. De typer av bromsstrålning som hittills berörts kallas yttre bromsstrålning och är aktuella då vi har en yttre källa med elektroner som infaller mot en absorbator. Detta till skillnad från en inre bromsstrålning, som kan uppstå i kärnan i samband med β-sönderfall och elektroninfångning.

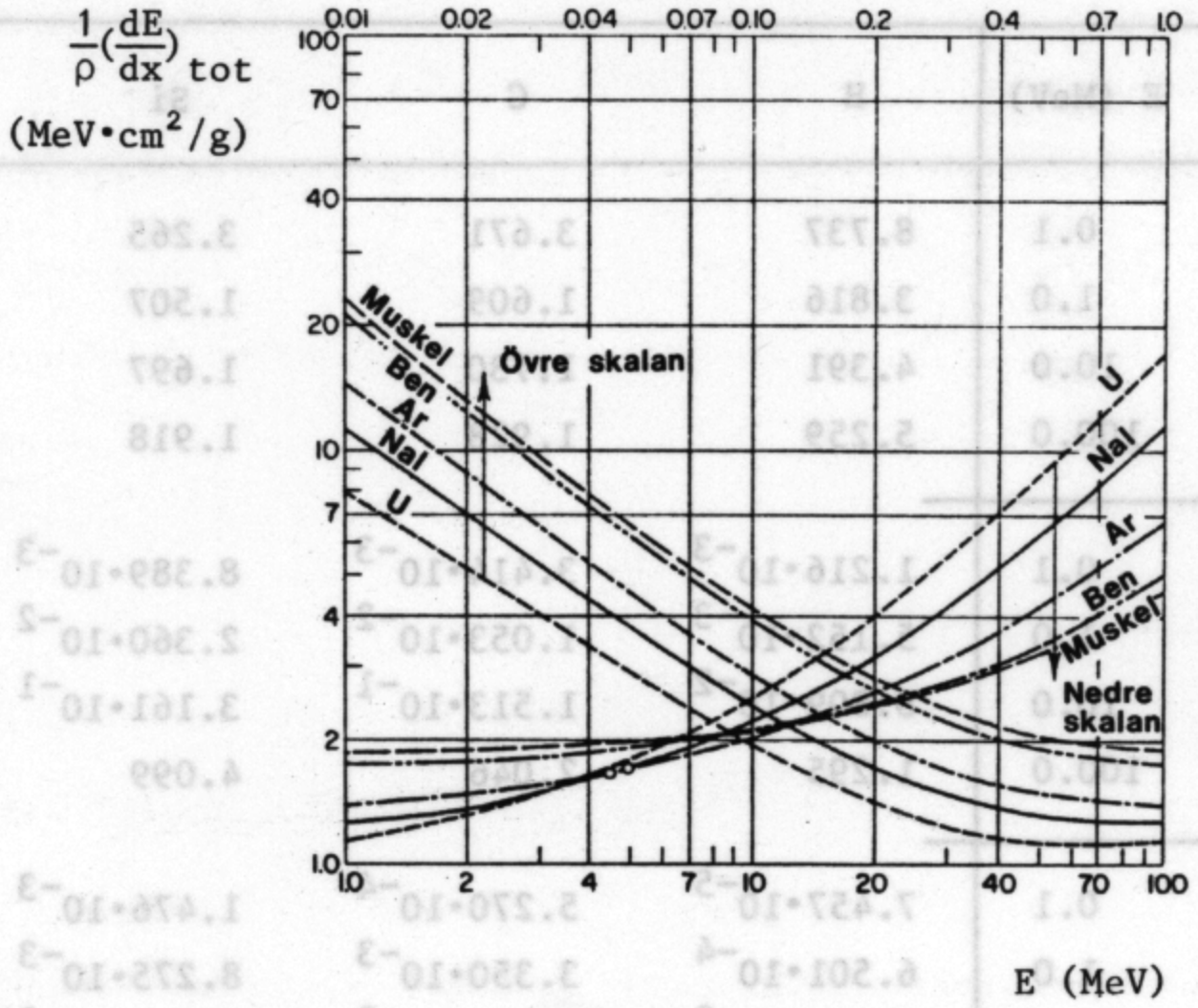



**Fig 33. Den totala massbromsförmågan, $1/\rho \cdot (dE/dx)_{tot}$, innefattande både kollisions- och strålningsförluster, som funktion av energin för elektroner i olika material. Observera de olika skalorna.**

## 3.5 Elastiska kollisioner med en atomkärna

Vid en laddad partikels växelverkan med en atomkärna avböjs partikeln pga coulombkrafter, men energiförlusten är oftast försumbar, emedan normalt ingen bromsstrålningsfoton emitteras, se avsnitt 3.4. Fenomenet kallas även elastisk spridning och är av signifikant betydelse, både beträffande spridningsvinkelns storlek och sannolikheten att den skall inträffa. Denna typ av växelverkan är viktigast för elektroner där den, för hög-Z-material, sker oftare än

inelastisk kollision (avsnitt 3.3).

Små nettoavvikelser från partikelns primära bana är vanligen resultatet av ett stort antal mycket små spridningar medan stora riktningsförändringar ofta är orsakade av en enda avböjning i en stor vinkel. Därför kallas ofta en liten nettoförändring av riktningen för multipel coulombspridning.

Även riktningen av tunga laddade partiklar (t ex α-partiklar) kan påverkas som resultat av spridning mot en atomkärna (s k Rutherfordspridning). Avböjning i stora vinklar är möjlig, men sannolikheten härför är mycket liten och de flesta spridningshändelserna innebär en riktningsförändring av mycket mindre än en grad.

Vi kan nu sammanfatta att för elektroner är växelverkningar med kärnor primärt ansvariga för riktningsförändringar medan växelverkningar med elektroner ger energiförluster. Denna generalisering är central för förståelsen av många fenomen vid elektronbestrålning av materia. Tvärsnittet för elastisk kärnspridning ökar med $Z^2$, medan det inelastiska elektrontvärsnittet per atom ökar med Z. Den elastiska processen blir alltså relativt sett mer betydelsefull vid höga Z och är även i själva verket mer sannolik. De två processerna är lika sannolika vid $Z \approx 30$ och i lätta element har den inelastiska processen större sannolikhet.

## 3.6 Cerenkovstrålning

Då en laddad partikel rör sig, kommer det elektriska fältet kring partikeln, tillsammans med det inducerade magnetiska fältet (som uppstår pga laddningens rörelse), att emittera elektromagnetisk strålning. Om partikelns hastighet är mindre än ljusets hastighet i mediet, $v = c/n$ (n är mediets brytningsindex), interfererar de elektromagnetiska vågorna på ett destruktivt sätt. Detta medför att ingen strålning kan detekteras utifrån. Om däremot hastigheten är större än ljushastigheten sker interferensen så att i en viss bestämd riktning en förstärkning av de elektromagnetiska vågorna erhålls. Detta visar sig som ett blåaktigt ljus som kallas Cerenkovstrålning efter upptäckaren. Fermi har visat att Cerenkovstrålning uppstår via små energiöverföringar mellan den laddade partikeln och avlägset belägna atomer i mediet. Cerenkovstrålning är alltså en typ av "extra mjuka" kollisioner. För en elektron med energin ett par MeV ($\beta \approx 1$) gäller t ex i glas att energiöverföringarna är av storleksordningen ett par eV.

## 3.7 Räckvidd och räckviddsrelationer

Ett strålknippe av laddade partiklar som passerar genom ett material kommer, som vi har sett, att undergå kollisioner och spridningar som reducerar partiklarnas energi och ändrar deras riktningar. För att beskriva hur långt en laddad partikel når i ett material används ofta begreppet räckvidd. Därmed kan man avse antingen partikelns verkliga väglängd i materialet, den s k spårlängden, eller den längs partikelns infallsriktning projicerade väglängden. För tunga laddade partiklar blir dessa sträckor i det närmaste lika stora, medan

skillnaden blir avsevärd för elektroner.

ICRU har givit ett antal olika räckviddsmått, vars definitioner illustreras i Fig 34.

- $\overline{R}$ = medelprojicerade räckvidden

motsvarar den absorbatortjocklek som absorberar 50% av vinkelrätt infallande partiklar.

- $\overline{S}$ = medelväglängden

är ett mått på partiklarnas genomsnittliga spårlängd. $\overline{R}$ och $\overline{S}$ är ungefär lika för tunga laddade partiklar som α-partiklar, medan för lätta partiklar som elektroner skillnaden kan uppgå till en faktor två.

- $R_o$ = den extrapolerade projicerade räckvidden

representerar den absorbatortjocklek som bestäms genom extrapolering av räckviddskurvan.

- $S_o$ = extrapolerad väglängd

representerar den spårlängd som bestäms genom extrapolering av S-kurvan på motsvarande sätt.

- $R_{max}$ = den absoluta projicerade räckvidden

motsvarar den absorbatortjocklek som är tillräcklig för att attenuera det infallande partikelflödet till en odetekterbar nivå. Eftersom "odetekterbar" nivå beror på den detektoruppställning man har, kan denna räckvidd ej definieras noggrant.

- $R_q$ = specificerad projicerad räckvidd

Denna räckvidd motsvarar den absorbatortjocklek som attenuerar det infallande partikelflödet till en bestämd nivå, t ex 10%, 20% osv. Attenueringen kan härvid hänföras till olika storheter som partikelantal, infallande energi, stråldos osv.

$$R_{CSDA} = \int_0^{E_o} \left(\frac{dx}{dE}\right) \cdot dE = \int_0^{E_o} \left(\frac{dE}{dx}\right)^{-1} \cdot dE \qquad (64)$$

kan beräknas med hjälp av stopping-power-värdet. CSDA står för Continuous Slowing Down Approximation ($R_{CSDA}$ benämnes ofta medelräckvidden). Denna räckvidd representerar den spårlängd som partikeln tillryggalägger vid en total energiförlust av $E_o$, om den faktiska s k energiförlustraten längs spåret (dvs energiförlusten per spårlängdsintervall) är lika med den medelenergiförlustrat som

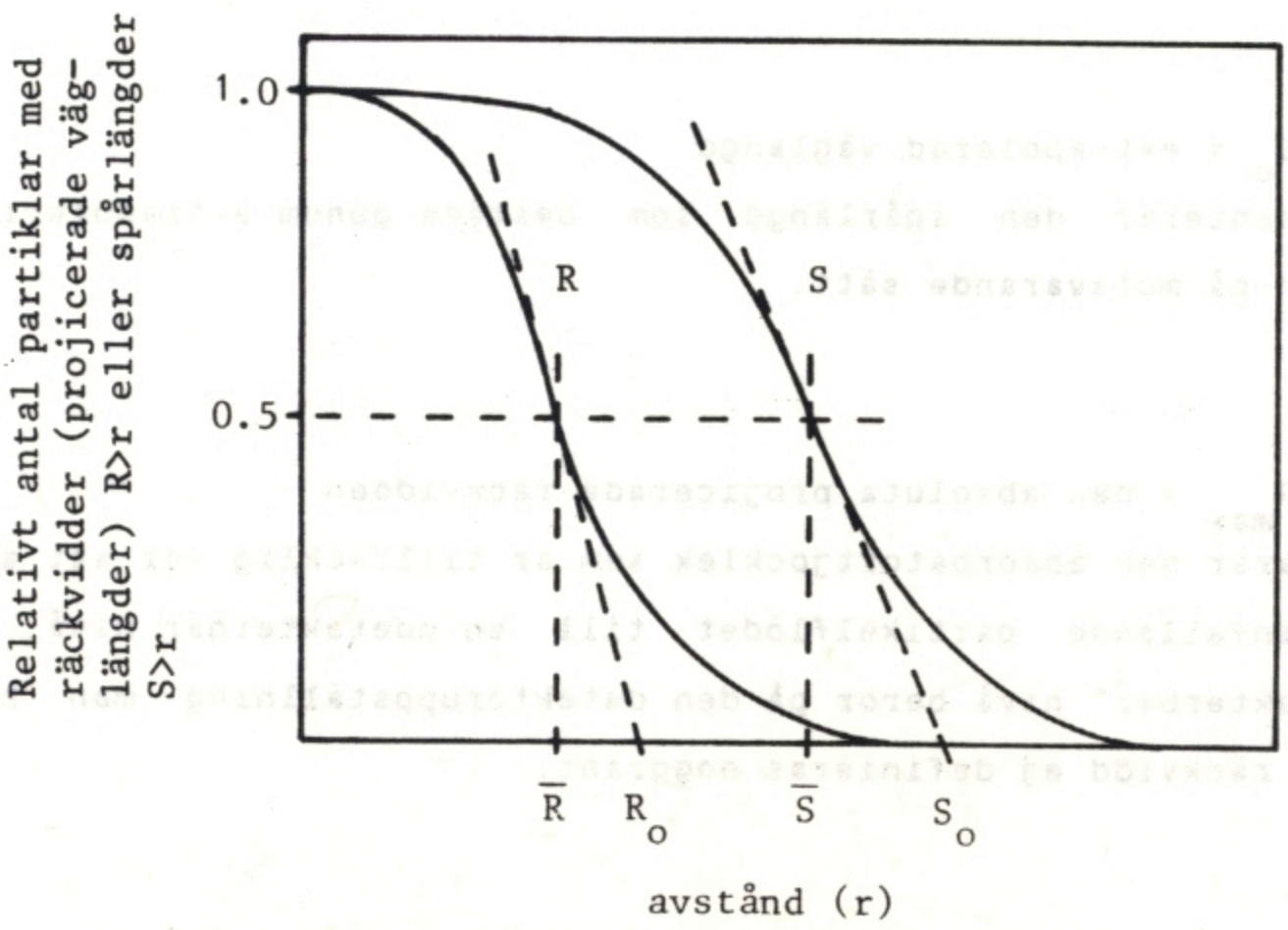



**Fig 34. Definition av olika räckvidds- och spårlängdsparametrar.**

definieras av stopping-power värdet. På grund av fluktuationer i energiförlusten får man en fördelning av spårlängder även om partiklarna från början har samma energi. Denna egenskap kallas för räckviddsspridning (straggling, se nedan). För protoner och α-partiklar uppgår den till ett par procent av medelräckvidden. För en uppmätt väglängdsfördelning är medelvärdet av spårlängderna något större än $R_{CSDA}$.

Av de tidigare avsnitten har framgått att tunga laddade partiklar bara förlorar en liten del av sin energi i varje kollision. De rör sig i raka spår med en väldefinierad längd och liten spridning. Elektroner däremot får en betydligt krokigare bana pga elastisk spridning, vilket innebär att den sträcka elektronerna når in i ett material inte blir lika stor som spårlängden. Dessa olika utseenden på partikelspåren visas i Fig 35 där spår efter en elektron respektive några tunga joner i kärnemulsion är avbildade.

I Fig 36 visas schematiska transmissionskurvor för tunga laddade partiklar respektive elektroner. Som jämförelse visas också transmissionskurvan för β-partiklar emitterade från en radioaktiv nuklid. På grund av den kontinuerliga energifördelningen skiljer sig denna kurva markant från transmissionskurvan för monoenergetiska elektroner. De lågenergetiska β-partiklarna absorberas snabbt även i tunna absorbatorskikt, varför transmissionskurvan blir mycket brant för låga energier.

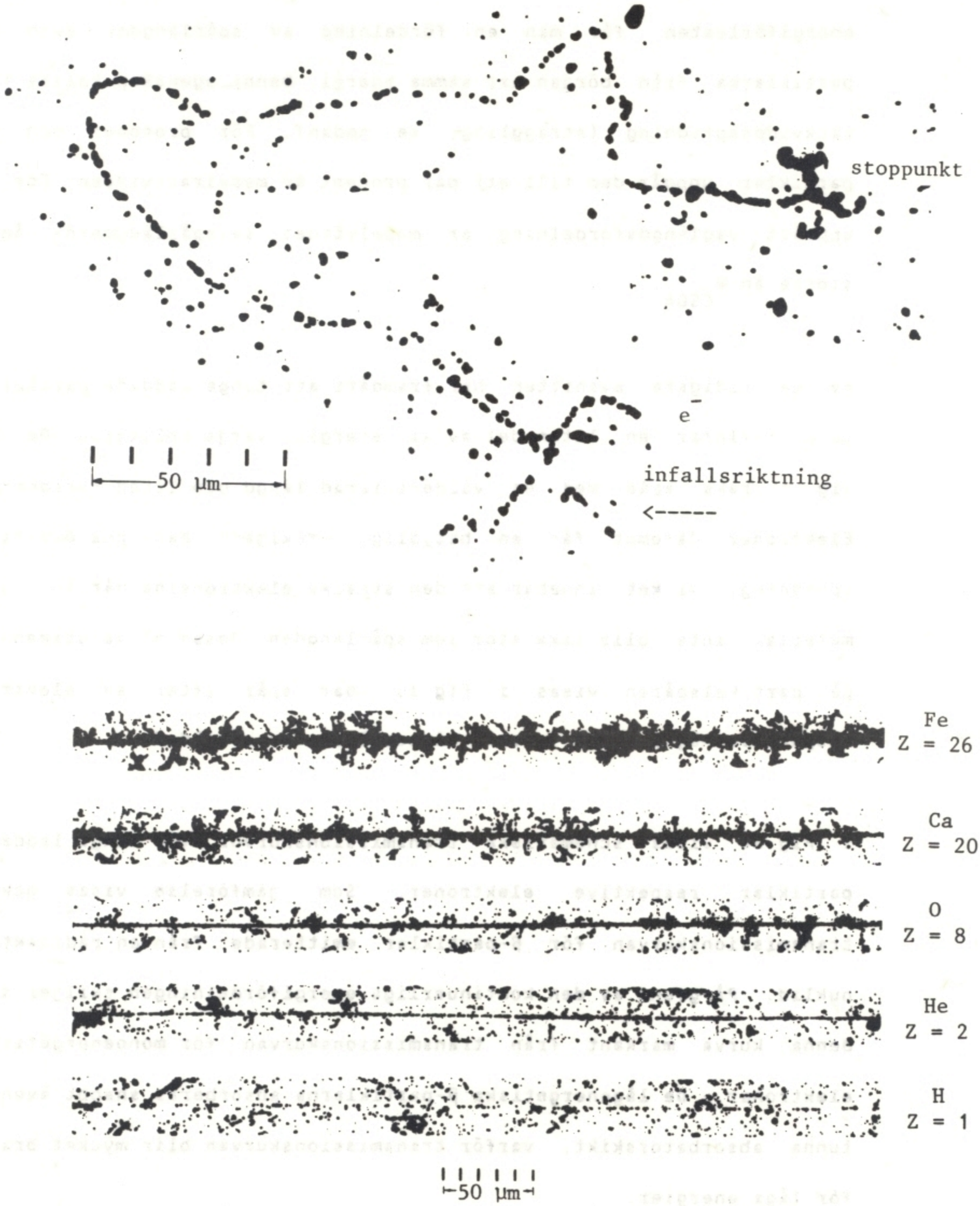
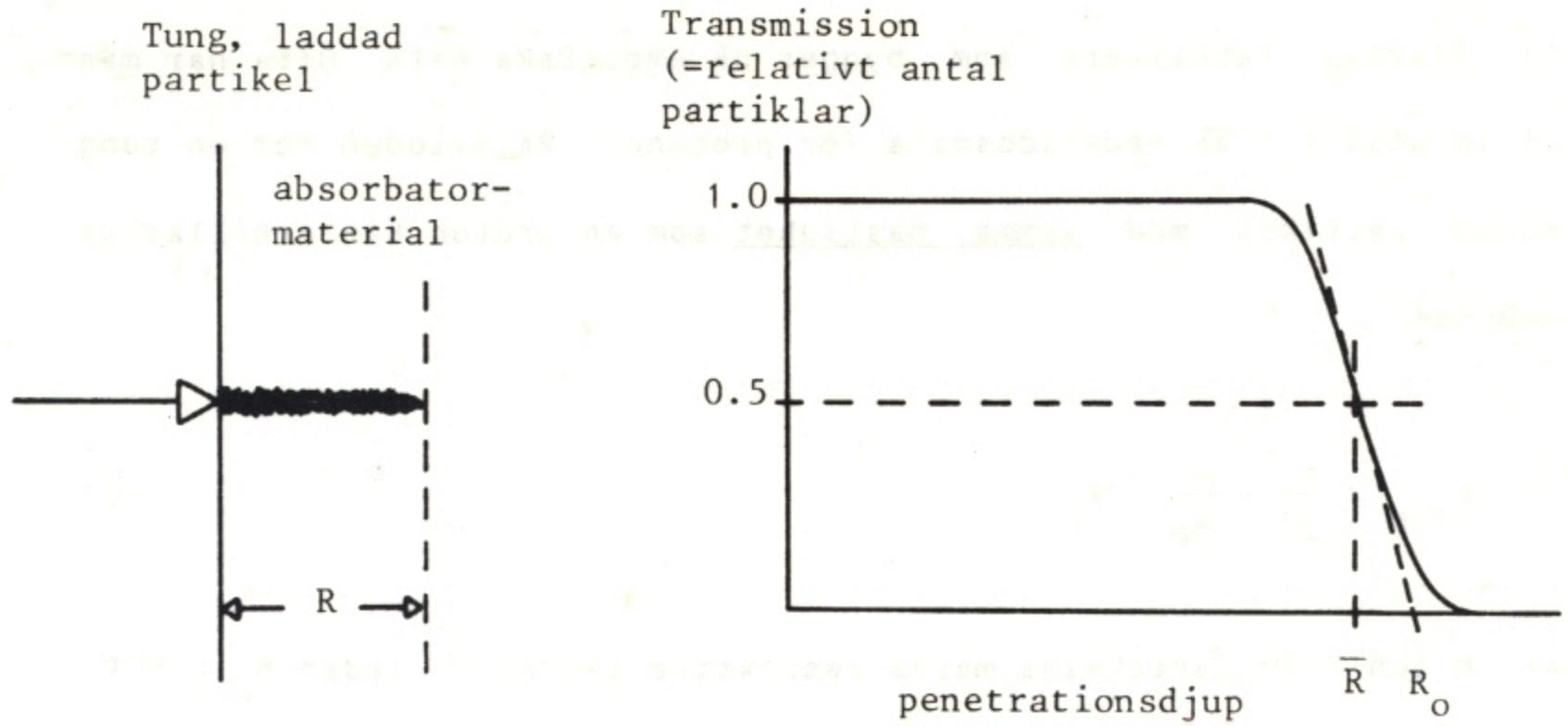



**Fig 35.** Spår efter en elektron och några olika tunga joner i kärnemulsion. Elastisk spridning av den lätta elektronen kan ge ett mycket krokigt spår, medan spåren efter de relativistiska tunga jonerna är helt raka. Observera att jonisationstätheten ökar med kärnladdningen. (Dessa joner kan laddningsbestämmas bl a med hjälp av spårens δ-partikel-täthet.) Lägg också märke till den ökande jonisationstätheten nära elektronens stoppunkt.



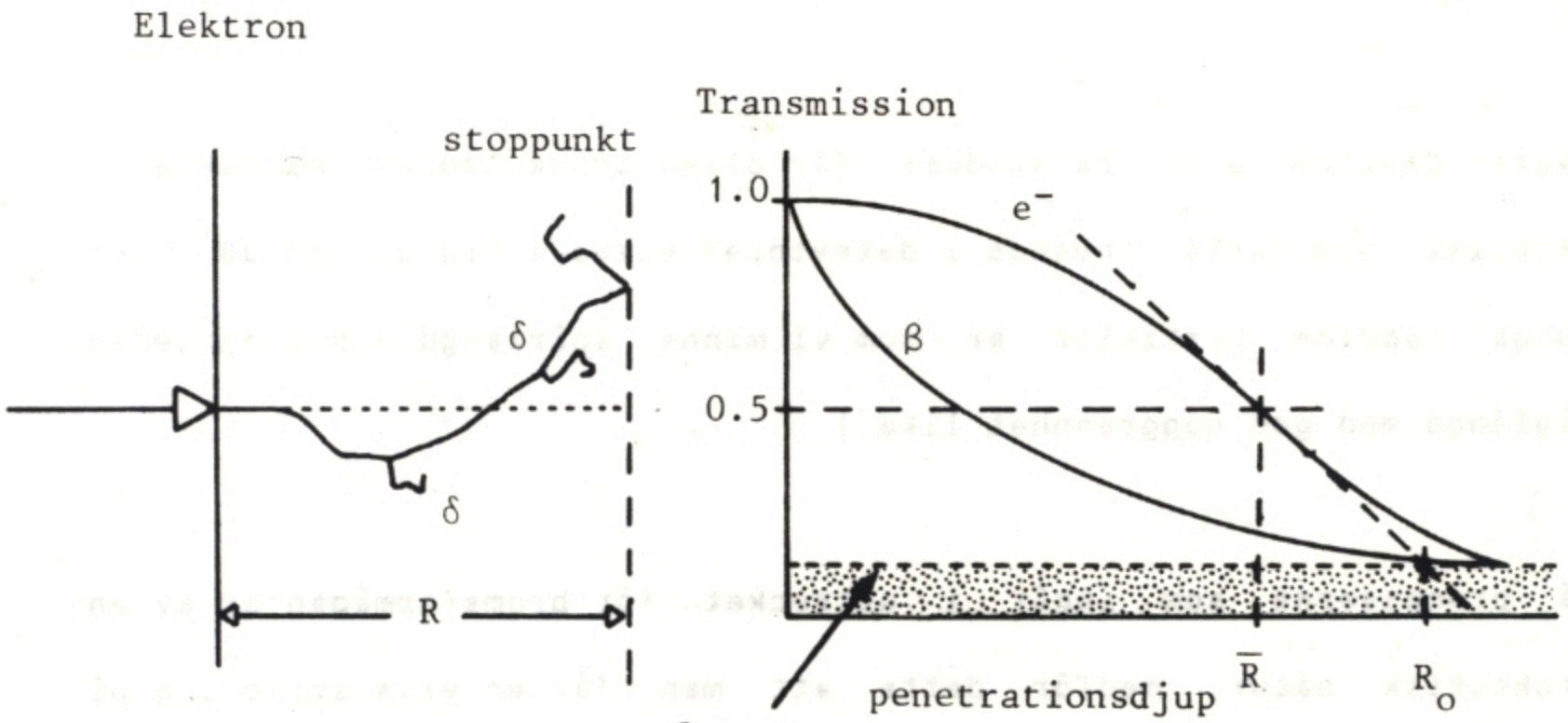




Fig 36. Schematiska transmissionskurvor för tunga laddade partiklar respektive elektroner. I det senare fallet visas kurvorna för monoenergetiska elektroner, $e^-$, med begynnelseenergin $E_o$ och β-partiklar med ett kontinuerligt energispektrum med $E_{max} = E_o$. Extrapolering av $e^-$-kurvan till bakgrundsbidraget från bromsstrålningen ger den extrapolerade räckvidden $R_o$.

Lösningen av integralen (64) kan inte utföras analytiskt. Räckvidden som funktion av partikelenergi och absorbatormaterial kan erhållas ur ett flertal tabellverk som bygger på empiriska data. Ofta har man härvid utgått från räckviddsdata för protoner. Räckvidden för en tung laddad partikel med <u>samma hastighet</u> som en proton kan erhållas ur sambandet

$$R_{Z,M} = \frac{1}{Z^2} \cdot \frac{M}{M_p} \cdot R_p \qquad (65)$$

där M och Z är partikelns massa respektive laddning, medan $M_p$ och $R_p$ är protonens massa respektive räckvidd. (Se vidare avsnitt 3.8 om scaling.)

Några diagram över räckvidder för olika tunga laddade partiklar i material som ofta används i detektorer visas i Fig 37 och 38. (För tunga laddade partiklar är, som vi minns, spårlängd och projicerad våglängd med god noggrannhet lika.)

Då processerna som ingår i uttrycket för bromsförmågan är av en stokastisk natur, medför detta att man får en viss spridning på partiklarnas räckvidd. Denna spridning i räckvidd kallas <u>räckviddsstraggling</u>. "Hårda" kollisioner bidrar mest till stragglingen tack vare att de är få till antalet och att stora energimängder överföres. Resultatet av detta är att man får fler korta räckvidder än räckvidder vilka är längre än medelräckvidden. <u>Energistraggling</u> är den spridning av partiklarnas kinetiska energi som fås efter passage av en viss absorbatortjocklek. Denna uppstår av samma anledning som räckviddsstragglingen och är intimt kopplad till denna.

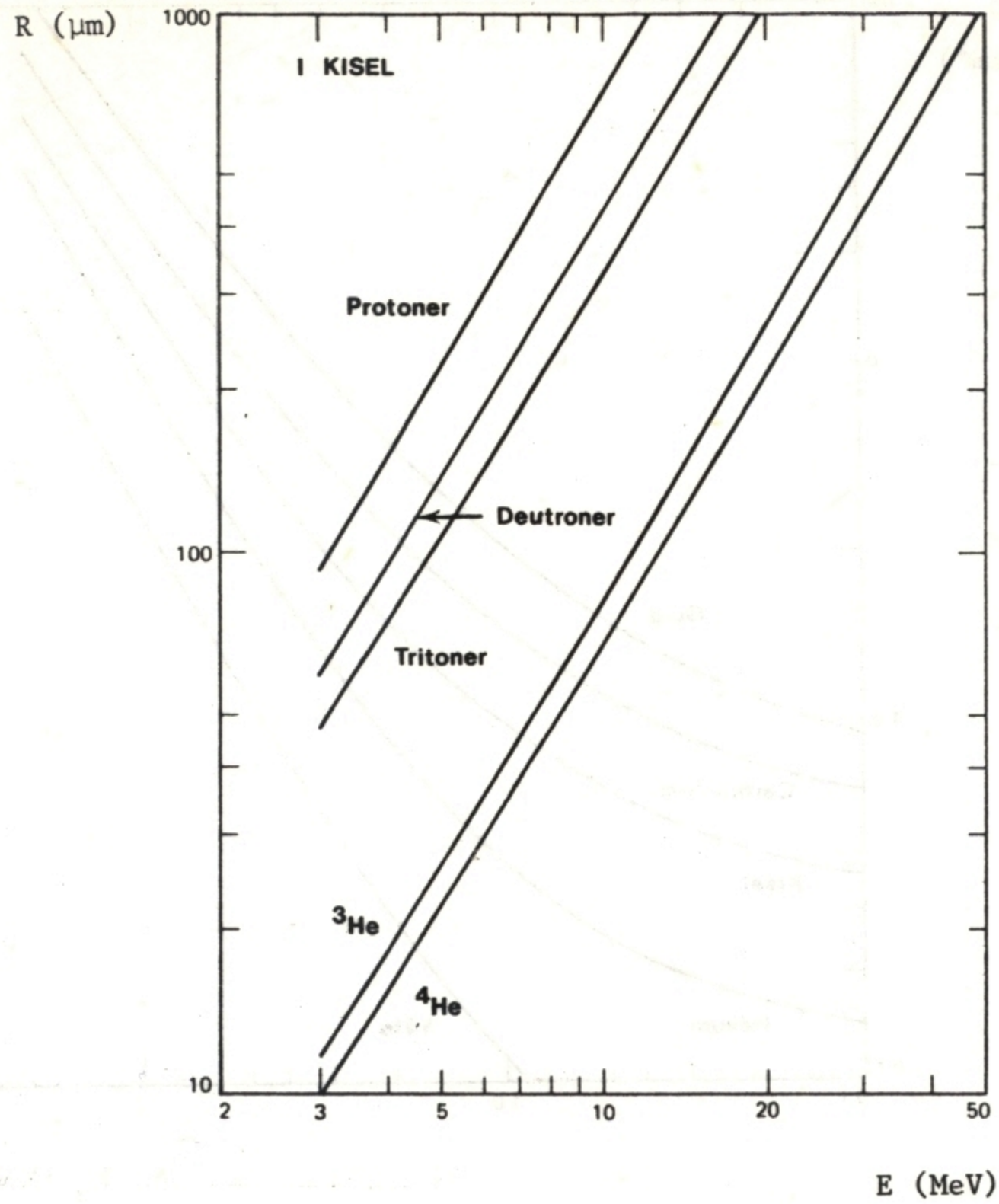



Fig 37. R-E-kurvor för olika laddade partiklar i kisel. Det nästan linjära sambandet i log-log-representationen inom det aktuella energiintervallet, antyder ett samband av typen $R = a \cdot E^b$, där linjernas lutning (som ges av parametern b) inte skiljer sig nämnvärt mellan de olika partiklarna.

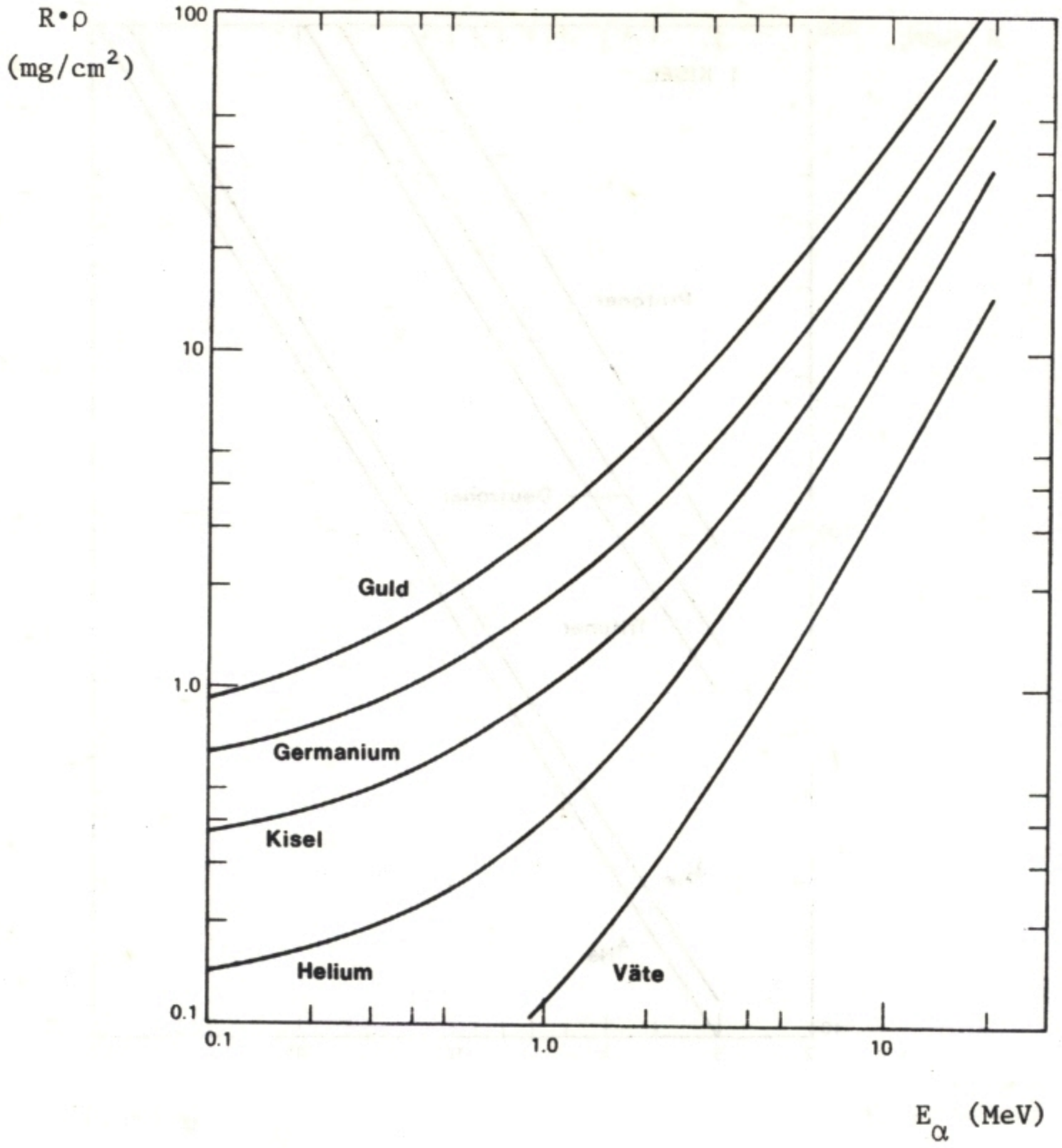



Fig 38. R-E-kurvor för α-partiklar i olika material. Räckvidderna är multiplicerade med respektive ämnes densitet för att minska skillnaderna mellan kurvorna för de olika materialen.

På grund av elektroners krokiga banor är deras projicerade räckvidd mycket kortare än deras spårlängd (Fig 35 och 36). Spårlängden används främst vid beräkning av linjär energiöverföring och bromsförmåga medan den projicerade räckvidden ingår i strålskyddsberäkningar.

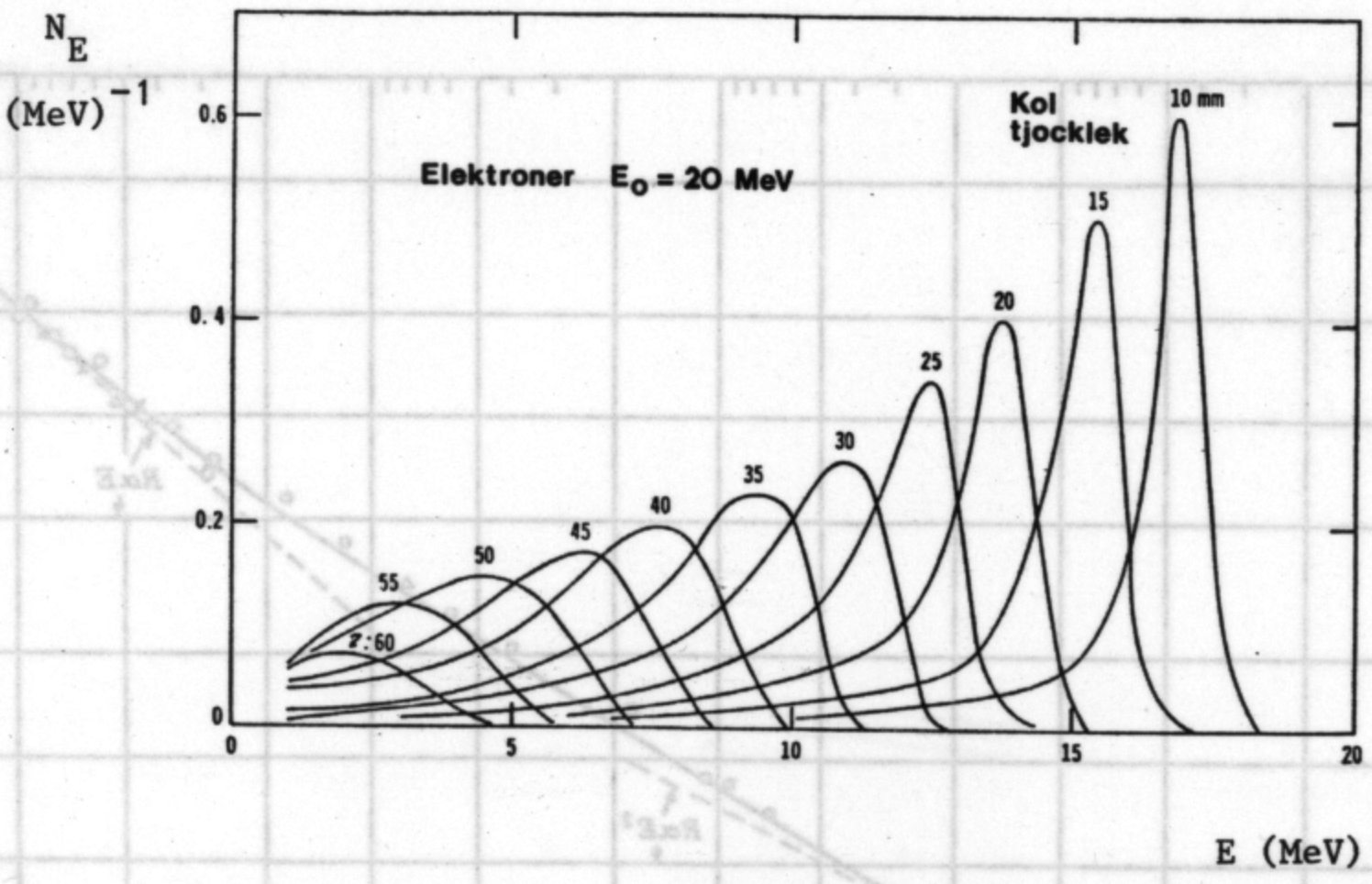



Fig 39. Fördelningen av antalet elektroner inom ett energiintervall, $N_E$, som funktion av elektronenergin, E, efter passage av olika tjocka kolskikt. Elektronantalet är normerat till en infallande elektron med begynnelseenergin $E_o$ = 20 MeV.

Fig 39 visar ändringen av elektronernas energifördelning vid passage genom kol för 20 MeV elektroner. För att kunna beräkna en absorberad dos efter elektronbestrålning måste man känna till dessa energifördelningar. Ofta nöjer man sig emellertid med olika approximationer eller beräknar en medelenergi. Ett flertal semi-

empiriska uttryck finns för sambandet mellan projicerad räckvidd, R, och elektronenergi, E. De flesta är av formen

$$R = A \cdot E^n - B \qquad (66)$$

där A, B och n beror på absorbatormaterial och energiområde (se Fig 40).

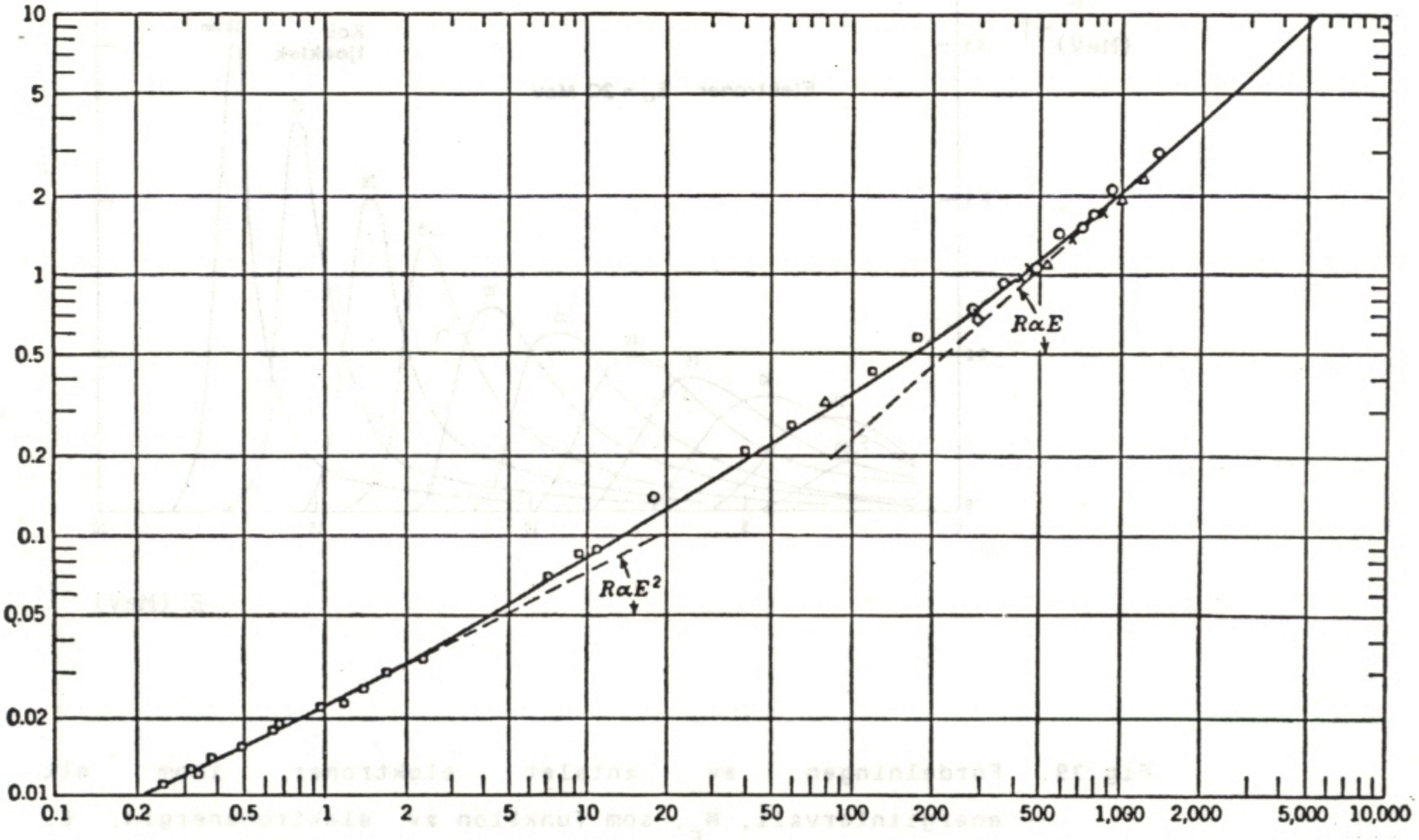



Fig 40. Empiriska och experimentella energi-räckvidd-relationer för monoenergetiska elektroner i aluminium. Den extrapolerade räckvidden, $R_o$, åsyftas.

Inom området 0.5 till 3 MeV gäller inom ±5% det linjära sambandet ($R_o$ i $g/cm^2$ och E i MeV)

$$R_o = 0.52 \cdot E - 0.09 \qquad (67)$$

Exaktare värden erhålles med ekvationerna

$$R_o = 0.412 \cdot E^n \qquad n = 1.265 - 0.0954 \cdot \ln E \qquad (68)$$

i området 0.01 MeV till ≈ 3 MeV och

$$R_o = 0.530 \cdot E - 0.106 \qquad (69)$$

i området ≈ 1 MeV till ≈ 20 MeV. Den heldragna linjen i Fig 40 är baserad på de två sista ekvationerna. För högenergetiska elektroner i vatten gäller följande approximativa samband ($R_o$ i cm och E i MeV):

$$R_o \approx \frac{E - 0.2}{2} \qquad E > 5 \text{ MeV} \qquad (70)$$

Medelräckvidden $\bar{R}$ för högenergetiska elektroner utgör grovt 2/3 av den extrapolerade räckvidden.

NACP (Nordic Association of Clinical Physics) har givit följande samband mellan den mest sannolika initialenergin, $E_p$, och vad som kallas den praktiska räckvidden, $R_p$:

$$E_p = C_1 + C_2 \cdot R_p + C_3 \cdot R_p^2 \qquad (1 \text{ MeV} \leq E_p \leq 50 \text{ MeV}) \qquad (71)$$

där $C_1$ = 0.22 MeV, $C_2$ = 1.98 MeV/cm och $C_3$ = 0.0025 Mev/cm$^2$.

($R_p$ definieras på samma sätt som den extrapolerade projicerade räckvidden i Fig 34 men i ett diagram med absorberad dos eller jonisation som funktion av avståndet.)

Den projicerade räckvidden för elektroner i några olika detektormaterial visas i Fig 41.

Exaktare värden erhålles med ekvationerna

$$R_o = 0.412 \cdot E^n \qquad n = 1.265 - 0.0954 \cdot \ln E \tag{68}$$

i området 0.01 MeV till ≈ 3 MeV och

$$R_o = 0.530 \cdot E - 0.106 \tag{69}$$

i området ≈ 1 MeV till ≈ 20 MeV. Den heldragna linjen i Fig 40 är baserad på de två sista ekvationerna. För högenergetiska elektroner i vatten gäller följande approximativa samband ($R_o$ i cm och E i MeV):

$$R_o \approx \frac{E - 0.2}{2} \qquad E > 5 \text{ MeV} \tag{70}$$

Medelräckvidden $\bar{R}$ för högenergetiska elektroner utgör grovt 2/3 av den extrapolerade räckvidden.

NACP (Nordic Association of Clinical Physics) har givit följande samband mellan den mest sannolika initialenergin, $E_p$, och vad som kallas den praktiska räckvidden, $R_p$:

$$E_p = C_1 + C_2 \cdot R_p + C_3 \cdot R_p^2 \qquad (1 \text{ MeV} \leq E_p \leq 50 \text{ MeV}) \tag{71}$$

där $C_1 = 0.22$ MeV, $C_2 = 1.98$ MeV/cm och $C_3 = 0.0025$ Mev/cm$^2$.

($R_p$ definieras på samma sätt som den extrapolerade projicerade räckvidden i Fig 34 men i ett diagram med absorberad dos eller jonisation som funktion av avståndet.)

Den projicerade räckvidden för elektroner i några olika detektormaterial visas i Fig 41.

till absorbatormaterialet. Sannolikheten för bakåtspridning är störst för lågenergetiska elektroner och absorbatorer med högt atomnummer. Fig 42 visar andelen elektroner som bakåtsprids när monoenergetiska elektroner infaller normalt mot ett absorbatormaterial.

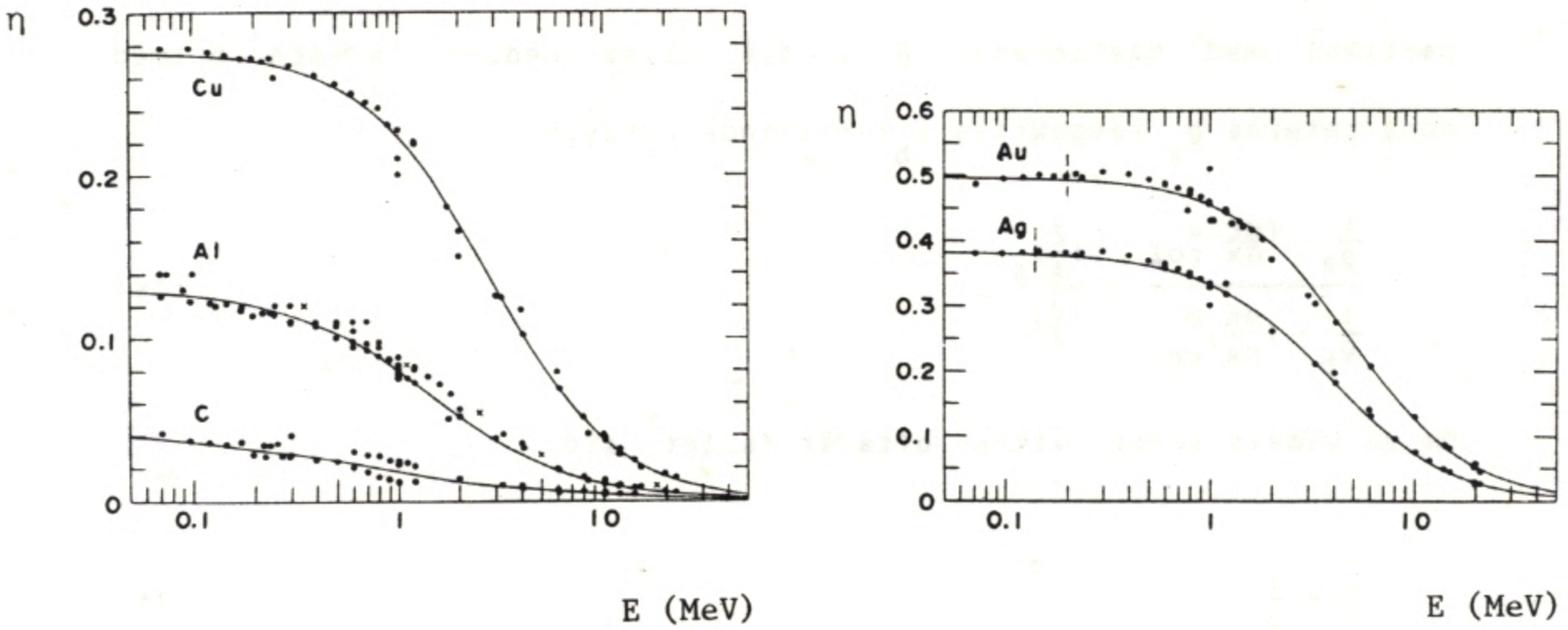



Fig 42. Den andel, η, av normalt infallande elektroner som bakåtsprids från tjocka skikt av olika material, som funktion av inkommande energi, E.

## 3.8 Scaling

Ekvation (57) för massbromsförmågan för en tung laddad partikel med massa M, laddning z och hastighet v i ett medium med atomnummer Z, atomvikt A och densitet ϱ kan skrivas

$$\frac{1}{\varrho} \cdot \left(\frac{dE}{dx}\right)_{col} \sim \frac{Z}{A} \cdot z^2 \cdot f(\beta, I) \qquad (72)$$

där f är en funktion av relativa hastigheten, β, och jonisationspotentialen, I, f(β,I). För två partikar, 1 och 2, med

olika laddning men med samma hastighet i ett givet medium, fås

$$\frac{\frac{1}{\varrho}\cdot\left(\frac{dE}{dx}\right)^{1}_{col}}{\frac{1}{\varrho}\cdot\left(\frac{dE}{dx}\right)^{2}_{col}} = \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2 \qquad (73)$$

oberoende av partiklarnas massa. Eftersom vidare $f(\beta,I)$, vid en första approximation, bara varierar svagt med I, fås för en laddad partikel med hastigheten $\beta$ i två olika medier, a och b (med densiteterna $\varrho_a$ respektive $\varrho_b$) följande uttryck

$$\frac{\frac{1}{\varrho_a}\cdot\left(\frac{dE}{dx}\right)^{a}_{col}}{\frac{1}{\varrho_b}\cdot\left(\frac{dE}{dx}\right)^{b}_{col}} = \frac{\left(\frac{Z}{A}\right)_a}{\left(\frac{Z}{A}\right)_b} \qquad (74)$$

Om vi vidare antar, vilket ofta är fallet, att

$$\frac{Z}{A} \approx \frac{1}{2} \qquad (75)$$

får vi

$$\frac{1}{\varrho_a}\cdot\left(\frac{dE}{dx}\right)^{a}_{col} \approx \frac{1}{\varrho_b}\cdot\left(\frac{dE}{dx}\right)^{b}_{col} \qquad (76)$$

dvs, skillnaden i bromsförmåga mellan olika material beror bara på deras densiteter. Vi ser fördelen med att uttrycka absorbatortjocklekar i enheten $g/cm^2$.

Massbromsförmågan för ett sammansatt ämne kan beräknas med kännedom om massbromsförmågorna för de ingående ämnena

$$\frac{1}{\varrho}\cdot\left(\frac{dE}{dx}\right) = \sum_i w_i \cdot \left\{\frac{1}{\varrho}\cdot\left(\frac{dE}{dx}\right)\right\}_i \qquad (77)$$

där $w_i$ = viktsfraktionen av ämne i.

Räckvidden för tunga laddade partiklar ges av (64)

$$R = \int_0^{E_o} \left(\frac{dE}{dx}\right)^{-1} \cdot dE$$

som kan skrivas

$$R \sim \left(\frac{M}{z^2}\right) \cdot \left(\frac{A}{\varrho \cdot Z}\right) \cdot F(\beta_o, I) \qquad (78)$$

med samma beteckningar som ovan. För två olika partiklar, 1 och 2, med samma hastighet i ett givet medium, fås

$$\frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{M_1}{M_2}\right) \cdot \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2 \qquad (79)$$

Om vi åter antar, att $F(\beta_o, I)$ bara beror svagt av I (vilket är rimligt), får vi för samma partikel i två olika medier, a och b,

$$\frac{R_a}{R_b} = \frac{\left(\frac{Z}{A}\right)_b}{\left(\frac{Z}{A}\right)_a} \cdot \frac{\varrho_b}{\varrho_a} \qquad (80)$$

och med antagandet Z/A = 1/2 fås

$$\frac{R_a}{R_b} \approx \frac{\varrho_b}{\varrho_a} \qquad (81)$$

dvs räckvidden är omvänt proportionell mot det absorberande materialets densitet.

## 3.9 Positroner

Eftersom växelverkan mellan laddade partiklar och ett absorbatormaterial domineras av coulombkrafter, kommer impuls- och energiöverföring för partiklar med samma massa men med olika tecken på laddningen att vara ungefär desamma. Därför är spåren av positroner, $e^+$, och elektroner nästan identiska, med ungefär samma specifika energiförlust och räckvidd för samma begynnelseenergi. Massbromsförmågan skiljer sig emellertid något åt. För låga energier får vi en något högre bromsförmåga för positroner än för elektroner, medan höga energier ger en något lägre jämfört med elektroner.

En signifikant skillnad utgör det faktum att positronen kan annihileras, varvid två fotoner med vardera energin 0.511 MeV emitteras. Eftersom sannolikheten för denna process är störst när positronens energi är noll (dvs vid spårslutet) kommer fotonerna att utsändas i rakt motsatta riktningar. Dessa fotoner är mycket penetrerande jämfört med positronens räckvidd och medför att energi avlämnas långt ifrån det ursprungliga positronspåret. Fenomenet utnyttjas inom nuklearmedicinen i så kallade positronkameror, där koincidenser mellan de båda fotonerna registreras, varvid man kan erhålla en lägesbestämning av annihilationen.

## 3.10 π-mesoner

Laddade π-mesoner (pioner) växelverkar med materia enligt teorin för tunga laddade partiklar. Precis som för protoner, α-partiklar och tyngre kärnor är den dominerande mekanismen vid laddade π-mesoners uppbromsning i materia de inelastiska kollisionerna med atomära elektroner. Den totala energiförlusten på grund av denna växelverkan

ges alltså av Bethe-Blochs uttryck för bromsförmågan (57). Massbromsförmågan för π-mesoner i vatten och bly finns plottad som funktion av energin i Fig 43.

Kvoten mellan energiförlust pga bromsstrålningsproduktion, $(dE/dx)_{rad}$, och kollisionsförluster med atomära elektroner, $(dE/dx)_{col}$, för en partikel som bromsas upp i ett medium ges av (63). Pioner med energier mindre än ungefär 100 MeV är användbara inom

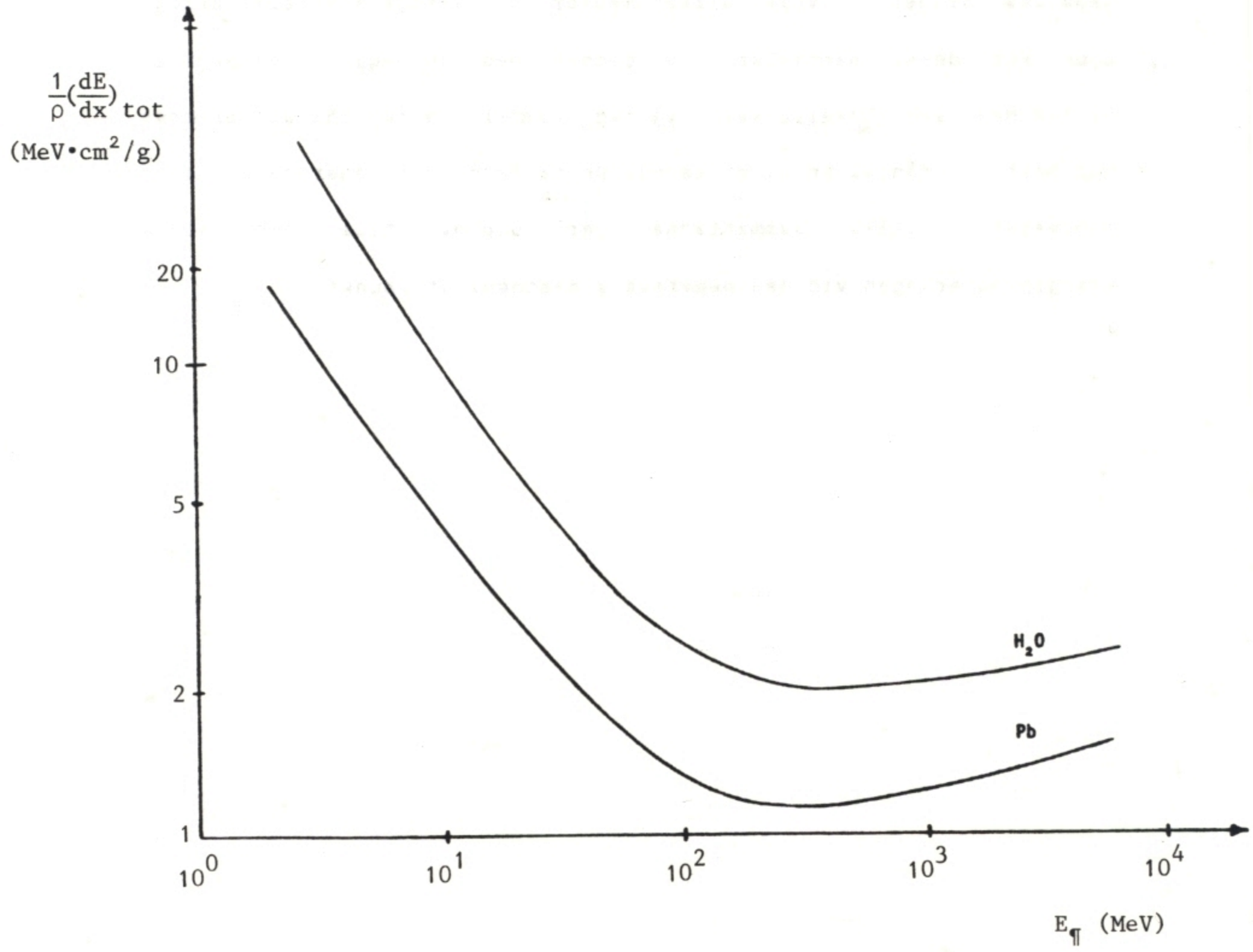



Fig 43. Massbromsförmågan, $1/\rho \cdot (dE/dx)_{tot}$, för π-mesoner i vatten och bly, som funktion av energin, $E_\pi$.

radioterapin. För denna energi blir kvoten mellan strålnings- och kollisionsbidraget för laddade pioner (vilomassa = 140 MeV) i mjukvävnad (Z = 8) ungefär 0.009, dvs mindre än 1%, varför bromsstrålning kan försummas för dessa energier.

Studerar vi hela energispektret för π-mesoner måste dessutom en mängd kärnreaktioner betraktas, vilka vi inte går vidare in på här.

En process av allt större intresse inom radioterapin är infångning av negativa pioner i vila, vilket medför en kraftigt förstärkt Bragg-topp för dessa partiklar. Av pioner med en begynnelseenergi av ca 100 MeV som växelverkar i vävnad, kommer ungefär 85% att bromsas upp helt och fångas in av en kärna. Detta fenomen innebär en serie av processer, vilka sammantagna ger upphov till den stora energideponeringen vid den negativa π-mesonens stoppunkt.

# 4. NEUTRONENS VÄXELVERKAN

## 4.1 Inledning

Neutronen är en oladdad partikel med massan $M_n$ = 1.008982 u. En jämförelse med protonens massa, $M_p$, visar att $M_n = 1.00138 \cdot M_p$. En fri neutron kan följaktligen förväntas vara instabil med avseende på β-sönderfall, vilket också har visats vara fallet. Den sönderfaller till en proton, en elektron och en antineutrino enligt

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu} + 782 \text{ keV}$$

med halveringstiden 12 minuter.

I bundet tillstånd, dvs i en atomkärna, är neutronen emellertid stabil så tillvida att den totala energin för kärnan som helhet skall beaktas då möjligheten till β-sönderfall undersöks. I en stabil kärna har alltså även neutronen oändlig livslängd. I praktiken behöver hänsyn till en fri neutrons begränsade livslängd inte tas när denna rör sig i materia, emedan den då inom en mycket kort tid absorberas av en atomkärna.

Neutronen har spinn 1/2 (dvs dess impulsmoment har storleken $\sqrt{3}/2 \cdot \hbar$) liksom protonen och elektronen. Den har också ett magnetiskt moment av samma storleksordning som protonen, vilket indikerar att neutronen har en inre struktur.

En konsekvens av neutronens avsaknad av laddning är att den inte växelverkar med de atomära elektronerna i ett material (bortsett från en mycket svag spinn-spinn-växelverkan) utan endast med atomkärnorna. Detta medför dels att tvärsnittet för växelverkan (per atom) är

ganska litet, dels att det varierar mycket starkt med absorbatormaterialets sammansättning och neutronens energi. De flesta av de uttalanden som kommer att göras beträffande vilka växelverkansprocesser som är möjliga vid en viss neutronenergi och hur tvärsnitten förhåller sig måste därför betraktas som "tumregler" med många undantag. Dessvärre gäller detta i synnerhet för lätta ämnen, bland vilka vi ju finner byggstenarna till levande vävnad. Ett mycket omfattande tabellverk över tvärsnitt för neutronens växelverkan, där data även presenteras i kurvform, är den s k "barnboken" (som i realiteten består av flera massiva band): "Neutron cross sections, BNL 325".

Växelverkanstvärsnittet per atom, $\sigma$, är alltså för neutronens del liktydigt med tvärsnittet per kärna. Det är därför av intresse att jämföra faktiska tvärsnitt med storleken av kärnans s k <u>geometriska tvärsnitt</u>, $\pi R^2$, där R är kärnans radie. Emedan kärnmateria har en ungefärligt massoberoende densitet, kan kärnans radie, R, skrivas

$$R \approx R_o \cdot A^{1/3} \tag{82}$$

där $R_o$ har uppmätts till $1.4 \cdot 10^{-15}$ m och där A är kärnans masstal. Det geometriska tvärsnittet, $\pi R^2$, blir följaktligen

$$\pi R^2 \approx \pi R_o^2 \cdot A^{2/3} \tag{83}$$

Tvärsnittet anges ofta i enheten 1 barn = $10^{-28}$ $m^2$. En kärna med masstalet A = 65 har enligt (83) det geometriska tvärsnittet $\pi R^2 \approx 1$ barn. Vi kommer att se, att de faktiska tvärsnitten ofta avviker starkt (flera tiopotenser) från det geometriska tvärsnittet, men att de också ofta är just av storleksordningen $\pi R^2$.

## 4.2 Växelverkansprocesser

### 4.2.1 Allmänt

Man kan för neutronen urskilja två huvudtyper av växelverkansprocesser: En, där neutronen endast "studsar" på kärnans yta och en som börjar med att neutronen absorberas av kärnan. Man talar i det första fallet om elastisk potentialspridning och menar därmed dels att "studsen" är helt elastisk, dvs den kinetiska energi som neutronen har före stöten återfinns efteråt som kinetisk energi hos neutron och kärna, dels att neutronen inte tränger in i kärnan utan bara sprids mot kärnpotentialens kant.

Den absorption av neutronen som kännetecknar den andra huvudtypen av växelverkan leder till bildningen av en s k compoundkärna, dvs en mycket kortlivad kärna, vari den "nya" neutronen har införlivats. ("Compoundkärna" kan översättas med "sammansatt kärna".) Neutronens kinetiska energi före processen minus kärnans rekylenergi (impulsen bevaras) återfinns, tillsammans med neutronens bindningsenergi, som excitationsenergi hos compoundkärnan. Dess livstid, $10^{-13}$ - $10^{-19}$ s, är tillräckligt lång för att den absorberade neutronen skall hinna förlora sin särställning: Kärnan sönderfaller utan något "minne" av hur den bildades. (Vid mycket höga neutronenergier, större än storleksordningen 50 MeV gäller inte compoundkärnemodellen emedan ingen stationär struktur hinner bildas före sönderfallet, som kan innebära emission av många nukleoner eller kärnfragment.)

Vilka sönderfall som är möjliga och deras respektive sannolikheter beror på såväl excitationsenergins storlek som på compoundkärnans sammansättning. Samma sak gäller tvärsnittet för absorptionen: Detta

blir störst när compoundkärnans excitationsenergi stämmer överens med en energinivå hos densamma, vi har då en s k <u>resonans</u>. En typisk kurva över tvärsnittet som funktion av energin uppvisar därför många distinkta toppar, resonanser. Med ökande energi blir, generellt sett, resonanserna fler och fler och samtidigt bredare. Följden är, att över ca 1 MeV (lägre för tunga ämnen, högre för lätta) flyter resonanserna ihop och man får en jämn tvärsnittskurva.

Det totala tvärsnittet för absorption av en neutron, ledande till bildning av en compoundkärna, kan delas upp i deltvärsnitt efter compoundkärnans sönderfall. Tvärsnittet för en viss sådan process är alltså det nämnda totala tvärsnittet multiplicerat med sannolikheten för att compoundkärnan skall sönderfalla på det aktuella sättet (se Appendix B om du är osäker på detta resonemang). Vi betraktar då bildning och sönderfall av compoundkärnan som delar av en enda process, vilket är rimligt med tanke på compoundkärnans synnerligen korta livslängd. En sådan växelverkansprocess betecknas (n,x), där n står för den absorberade neutronen och x för den/de vid compoundkärnans sönderfall emitterade partiklarna.

Som exempel visas i Fig 44 absorptionstvärsnittet, $\sigma_a$, för bor, kadmium och indium mellan 0.01 eV och 1 keV. (Med det totala absorptionstvärsnittet, $\sigma_a$, menar vi tvärsnittet för bildning av en compoundkärna minus deltvärsnitten för de processer som innebär återemission av en neutron, se nedan.) Vi ser att indium har många resonanser i detta område medan kadmium väsentligen bara har en enda och bor inga alls. Observera den logaritmiska σ-skalan: Resonanserna har ett avgörande inflytande på tvärsnittets storlek.

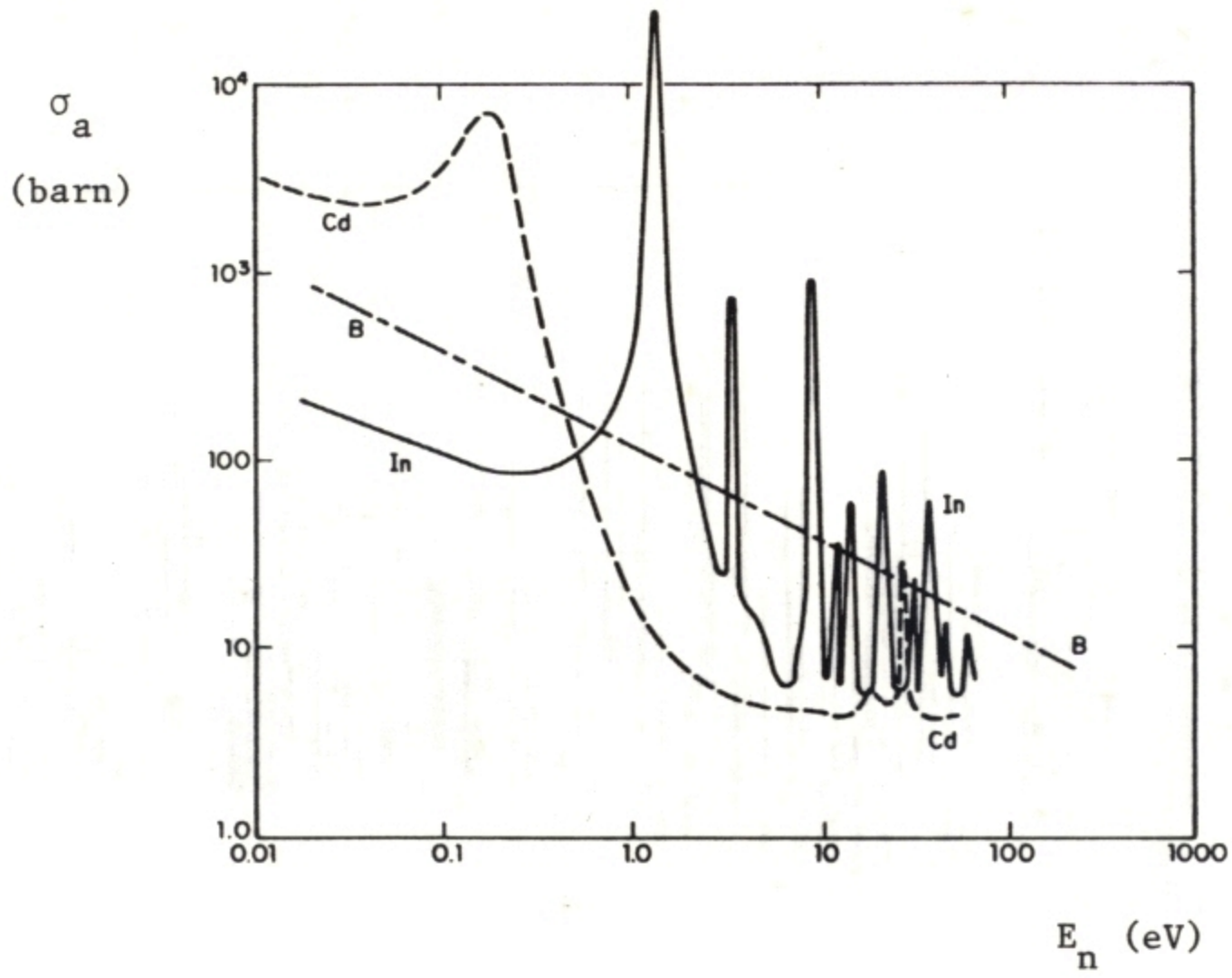



**Fig 44. Absorptionstvärsnittet, $\sigma_a$, för bor, kadmium och indium.**

Kadmium används ibland som "neutronfilter" pga sin uttalade absorptionskant vid ca 0.5 eV. Kadmium och indium är grannar i det periodiska systemet (Z = 48 respektive 49), vilket dock, som synes, inte avspeglas i någon likhet hos absorptionstvärsnitten i det aktuella energiområdet.

En kurva med extremt många resonanser ser vi i Fig 45, som visar tvärsnittet för infångning, (n,γ), för $^{238}U$ mellan 0.5 och 2.0 keV. Tvärsnittet ses variera med upp till 4 tiopotenser!

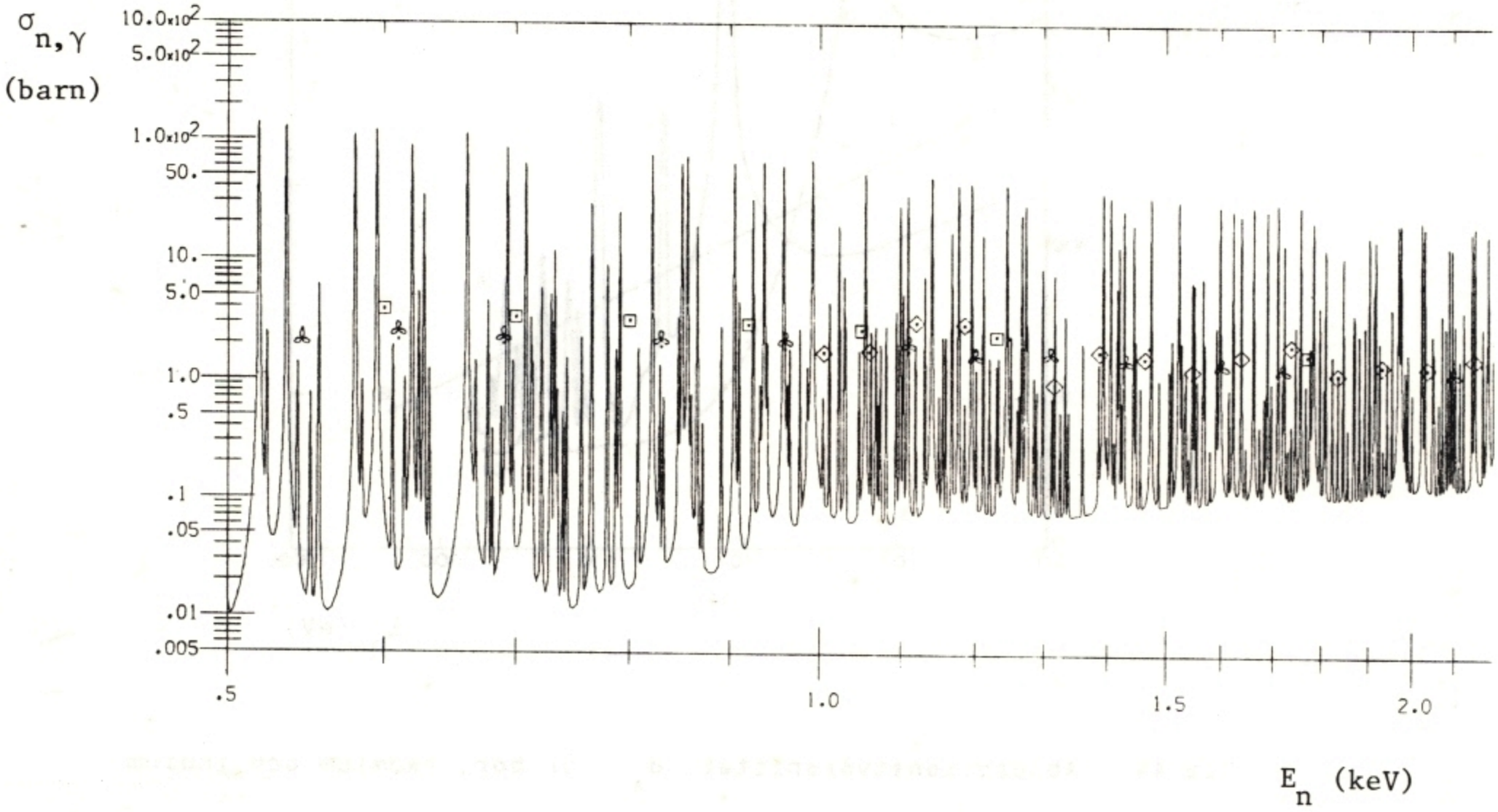



Fig 45. Infångningstvärsnittet, $\sigma_{n,\gamma}$, för $^{238}U$.

Fig 46 utgör ett försök att sammanfatta vilka processer som är möjliga respektive väsentliga vid olika energier. Variationen mellan olika nuklider är stor, figuren utgör alltså en generalisering med många undantag. I figurens vänstra del har lagts in en klassificering av neutronerna efter energi. Man finner i litteraturen flera olika sådana indelningar, den här angivna har, som vi ser, fördelen att korrespondera med de olika växelverkansprocesserna.

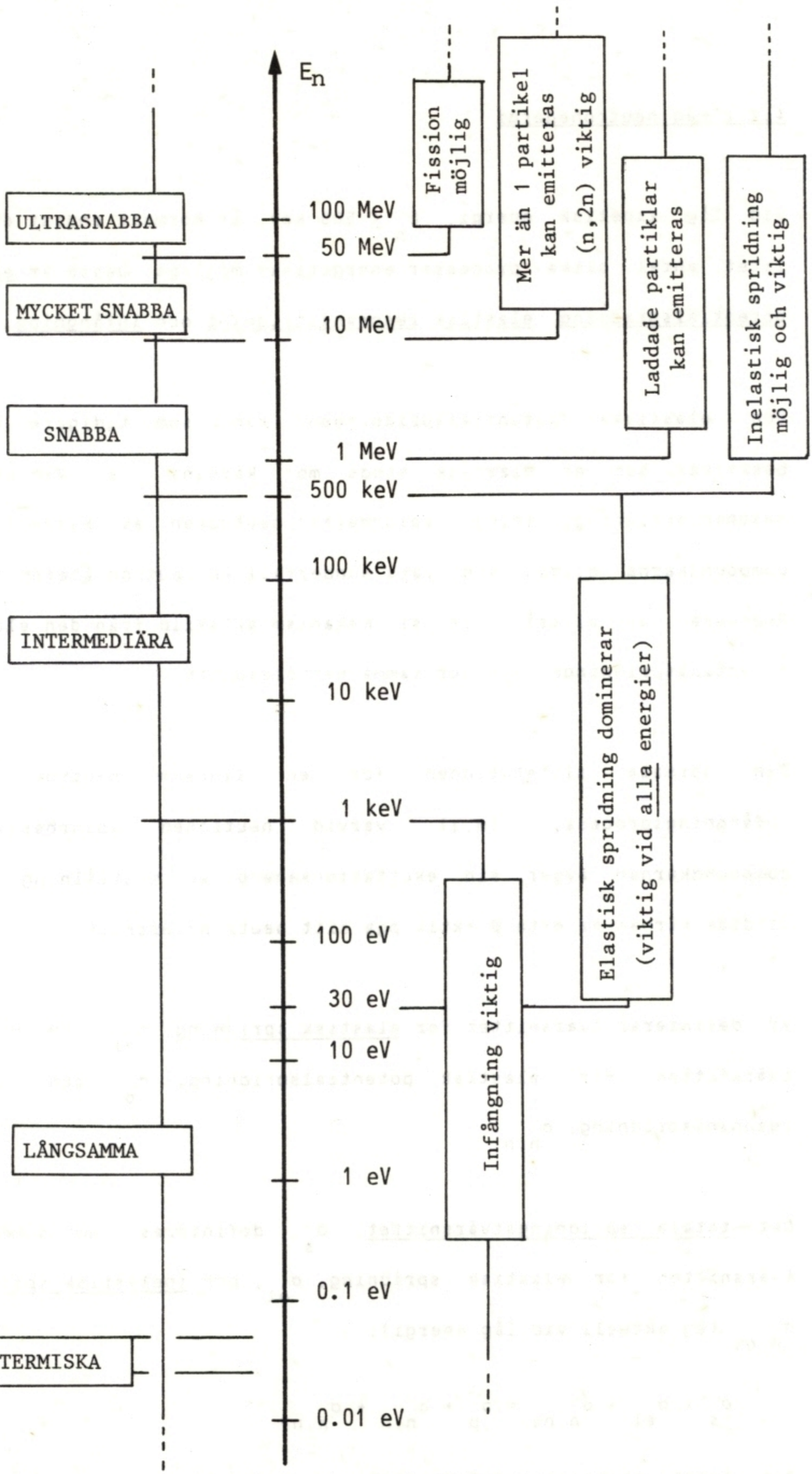



Fig 46. Försök till sammanfattning av vilka växelverkansprocesser som är möjliga respektive väsentliga vid olika neutronenergier, $E_n$. I figurens vänstra del visas en indelning av neutronerna efter sin energi.

### 4.2.2 Låg neutronenergi

Vid låg kinetisk energi, $E_n \lesssim 500$ keV, är normalt endast ett helt litet antal olika processer energetiskt möjliga. Dessa är elastisk potentialspridning, elastisk resonansspridning och infångning.

Den elastiska potentialspridningen kan, som tidigare nämnts, beskrivas som en elastisk studs mot kärnans yta. Vid elastisk resonansspridning, (n,n), absorberas neutronen av kärnan och en compoundkärna bildas vid vars sönderfall en neutron återemitteras. Processen är alltså till sin mekanism artskild från den elastiska potentialspridningen men ger samma nettoresultat.

Den normala slutstationen för en långsam neutron är en infångningsprocess, (n,γ), varvid neutronen absorberas och compoundkärnan avger sin excitationsenergi som γ-strålning. Den så bildade kärnan är ofta β-aktiv pga sitt neutronöverskott.

Vi definierar tvärsnittet för elastisk spridning, $\sigma_{el}$, som summan av tvärsnitten för elastisk potentialspridning, $\sigma_p$, och elastisk resonansspridning, $\sigma_{n,n}$.

Det totala spridningstvärsnittet, $\sigma_s$, definieras som summan av tvärsnitten för elastisk spridning, $\sigma_{el}$, och inelastisk spridning, $\sigma_{n,n\gamma}$ (ej aktuell vid låg energi):

$$\sigma_s = \sigma_{el} + \sigma_{n,n\gamma} = \sigma_p + \sigma_{n,n} + \sigma_{n,n\gamma} \qquad (84)$$

Det totala absorptionstvärsnittet, $\sigma_a$, definieras som summan av alla andra processers tvärsnitt. Det totala tvärsnittet för växelverkan,

$\sigma_t$, är naturligtvis summan av $\sigma_s$ och $\sigma_a$:

$$\sigma_t = \sigma_s + \sigma_a \tag{85}$$

(Man ser ibland en alternativ definition där $\sigma_s$ endast avser de elastiska processerna, så att $\sigma_s = \sigma_{el}$. Se alltså upp med vad orden spridning (scattering) respektive absorption står för. Förväxla inte heller absorption med infångning.)

Man kan med kvantmekaniska metoder visa, att tvärsnittet för varje energetiskt möjlig process, utom elastisk spridning, vid låga energier är proportionellt mot $1/\sqrt{E_n}$, dvs mot $1/v_n$:

$$\sigma_{n,x} \sim \frac{1}{v_n} \tag{86}$$

där $v_n$ är neutronens hastighet. (Man övertygar sig snabbt om att det klassiska sambandet mellan kinetisk energi och hastighet med god noggrannhet är giltigt upp till energier av storleksordningen 100 MeV.)

Förutsättningen för sambandets, den s k 1/v-lagen, giltighet, är att vi befinner oss långt under alla resonanser för processen ifråga. Det finns naturligtvis också en undre gräns för 1/v-lagens giltighet, vilken vi dock normalt aldrig ser. Proportionalitetsfaktorn är olika för varje nuklid och varje process. Se åter Fig 44, som visar absorptionstvärsnittet, $\sigma_a$, i bor, kadmium och indium mellan 0.01 och 1000 eV. Vi ser det uttalade 1/v-beroendet för bor, indiums många skarpa resonanser överlagrade på ett 1/v-beroende samt kadmiums breda resonans vid drygt 0.1 eV, som gör att vi här bara ser en första antydan till 1/v-beroende.

$\sigma_t$, är naturligtvis summan av $\sigma_s$ och $\sigma_a$:

$$\sigma_t = \sigma_s + \sigma_a \tag{85}$$

(Man ser ibland en alternativ definition där $\sigma_s$ endast avser de elastiska processerna, så att $\sigma_s = \sigma_{el}$. Se alltså upp med vad orden spridning (scattering) respektive absorption står för. Förväxla inte heller absorption med infångning.)

Man kan med kvantmekaniska metoder visa, att tvärsnittet för varje energetiskt möjlig process, utom elastisk spridning, vid låga energier är proportionellt mot $1/\sqrt{E_n}$, dvs mot $1/v_n$:

$$\sigma_{n,x} \sim \frac{1}{v_n} \tag{86}$$

där $v_n$ är neutronens hastighet. (Man övertygar sig snabbt om att det klassiska sambandet mellan kinetisk energi och hastighet med god noggrannhet är giltigt upp till energier av storleksordningen 100 MeV.)

Förutsättningen för sambandets, den s k 1/v-lagen, giltighet, är att vi befinner oss långt under alla resonanser för processen ifråga. Det finns naturligtvis också en undre gräns för 1/v-lagens giltighet, vilken vi dock normalt aldrig ser. Proportionalitetsfaktorn är olika för varje nuklid och varje process. Se åter Fig 44, som visar absorptionstvärsnittet, $\sigma_a$, i bor, kadmium och indium mellan 0.01 och 1000 eV. Vi ser det uttalade 1/v-beroendet för bor, indiums många skarpa resonanser överlagrade på ett 1/v-beroende samt kadmiums breda resonans vid drygt 0.1 eV, som gör att vi här bara ser en första antydan till 1/v-beroende.

$\sigma_t$, är naturligtvis summan av $\sigma_s$ och $\sigma_a$:

$$\sigma_t = \sigma_s + \sigma_a \tag{85}$$

(Man ser ibland en alternativ definition där $\sigma_s$ endast avser de elastiska processerna, så att $\sigma_s = \sigma_{el}$. Se alltså upp med vad orden spridning (scattering) respektive absorption står för. Förväxla inte heller absorption med infångning.)

Man kan med kvantmekaniska metoder visa, att tvärsnittet för varje energetiskt möjlig process, utom elastisk spridning, vid låga energier är proportionellt mot $1/\sqrt{E_n}$, dvs mot $1/v_n$:

$$\sigma_{n,x} \sim \frac{1}{v_n} \tag{86}$$

där $v_n$ är neutronens hastighet. (Man övertygar sig snabbt om att det klassiska sambandet mellan kinetisk energi och hastighet med god noggrannhet är giltigt upp till energier av storleksordningen 100 MeV.)

Förutsättningen för sambandets, den s k 1/v-lagen, giltighet, är att vi befinner oss långt under alla resonanser för processen ifråga. Det finns naturligtvis också en undre gräns för 1/v-lagens giltighet, vilken vi dock normalt aldrig ser. Proportionalitetsfaktorn är olika för varje nuklid och varje process. Se åter Fig 44, som visar absorptionstvärsnittet, $\sigma_a$, i bor, kadmium och indium mellan 0.01 och 1000 eV. Vi ser det uttalade 1/v-beroendet för bor, indiums många skarpa resonanser överlagrade på ett 1/v-beroende samt kadmiums breda resonans vid drygt 0.1 eV, som gör att vi här bara ser en första antydan till 1/v-beroende.

Med kvantmekaniska metoder kan man också beräkna det elastiska potentialspridningstvärsnittet, $\sigma_p$, för neutronenergier upp till ca 1 MeV:

$$\sigma_p \approx 4\pi R^2 \qquad (87)$$

där $\pi R^2$ är kärnans geometriska tvärsnitt. Tvärsnittet för elastisk resonansspridning, $\sigma_{n,n}$, å andra sidan, varierar med såväl nuklid som energi. I Tabell 4 visas, för några olika ämnen, bl a $\sigma_{el}$ och $\sigma_p$ för en neutronenergi om 0.025 eV (den mest sannolika energin efter att neutronerna via spridningsprocesser har bromsats till termisk jämvikt med ett material vid 20° C). Vi ser att den elastiska resonansspridningens betydelse varierar starkt och att absorbtionstvärsnittet, $\sigma_a$, varierar våldsamt med materialet.

Vid en elastisk potentialspridningsprocess erfar neutronen den största energiförlusten då den sprids rakt bakåt (180°) och den minsta (= 0) då den sprids rakt framåt (neutronen "snuddar" vid kärnan). En enkel överläggning (via impuls- och energilagen) ger oss neutronens kinetiska energi efter spridningen i det första fallet (vi räknar icke-relativistiskt):

$$E_{min} = E_o \cdot \left(\frac{A - 1}{A + 1}\right)^2 \qquad (88)$$

$E_{min}$ = neutronens kinetiska energi efter spridning 180°

$E_o$ = densamma före spridningen

A = kärnans masstal

| Material | Z | $\rho$ (kg/m$^3$) | $\sigma_t$ (barn) | $\sigma_p$ (barn) | $\sigma_{el}$ (barn) | $\sigma_a$ (barn) | $\mu$ (m$^{-1}$) | $\mu/\rho$ (m$^2$/kg) | mfp (mm) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| H | 1 | 0.089 | 38 | 0.25 | 38 | 0.33 | 0.2 | 2.27 | 4910 |
| $H_2O$ | | 1000 | 104 | | 103 | 0.66 | 345 | 0.345 | 2.87 |
| Li | 3 | 534 | 72.4 | 0.90 | 1.4 | 71 | 335 | 0.629 | 2.98 |
| Be | 4 | 1850 | 7.0 | 1.1 | 7.0 | 0.010 | 86.5 | 0.0468 | 11.6 |
| B | 5 | 2450 | 759 | 1.2 | 4 | 755 | 10400 | 4.22 | 0.097 |
| C | 6 | 1600 | 4.8 | 1.3 | 4.8 | 0.004 | 38.5 | 0.0241 | 25.9 |
| O | 8 | 1.4 | 4.2 | 1.6 | 4.2 | 0.0002 | 0.021 | 0.0158 | 45000 |
| Al | 13 | 2699 | 1.64 | 2.2 | 1.4 | 0.241 | 988 | 0.364 | 1.01 |
| Fe | 26 | 7860 | 13.6 | 3.6 | 11 | 2.62 | 115 | 0.0147 | 8.67 |
| Co | 27 | 8900 | 45 | 3.7 | 7 | 38 | 410 | 0.0461 | 2.44 |
| Cd | 48 | 8650 | 2457 | 5.7 | 7 | 2450 | 11400 | 1.32 | 0.087 |
| In | 49 | 7280 | 193 | 5.8 | 2.2 | 191 | 737 | 0.101 | 1.36 |
| Pb | 82 | 11350 | 11.2 | 8.6 | 11 | 0.170 | 36.9 | 0.00326 | 27.0 |

Tabell 4. Det totala tvärsnittet för växelverkan, $\sigma_t$, det elastiska potentialspridningstvärsnittet, $\sigma_p = 4\pi R^2$, det totala elastiska spridningstvärsnittet, $\sigma_{el} = \sigma_p + \sigma_{n,n'}$, samt det totala absorptionstvärsnittet, $\sigma_a$, för några olika ämnen vid neutronenergin $E_n = 0.025$ eV. (Inelastisk spridning , (n,n$\gamma$), är inte möjlig vid denna energi, följaktligen är $\sigma_t = \sigma_a + \sigma_{el}$. Dessutom visas, för samma energi, den linjära attenueringskoefficienten, $\mu$, massattenueringskoefficienten, $\mu/\rho$, och den fria medelväglängden, mfp = $1/\mu$ (se avsnitt 4.3). För varje ämne avses den naturligt förekommande isotopsammansättningen.

$E_{min}/E_o$ som funktion av A visas i Fig 47.

Vi ser att vid en fullträff på en vätekärna (proton) stoppas neutronen helt, medan energiförlusten per kollision i ett tungt ämne blir ganska liten. (Ekvation (88) och de följande sambanden gäller även elastisk resonansspridning under förutsättning att compoundkärnan inte hinner växelverka med sin omgivning innan den sönderfaller.)

En tekniskt mer komplicerad överläggning (varvid partiklarnas rörelse beskrivs i tyngdpunktssystemet och spridningen antas vara isotrop i detta koordinatsystem) visar, att för neutronens energi efter kollisionen, $E_1$, alla värden mellan $E_o$ och $E_{min}$ är lika sannolika, dvs

$$P(E \leq E_1 < E + dE) = \text{konst} \cdot dE \qquad (89)$$

för $E_{min} \leq E$ och $E + dE \leq E_o$, där $P(E \leq E_1 < E + dE)$ är sannolikheten för att $E_1$ skall ligga mellan E och E + dE. Medelvärdet, $\bar{E}_1$, och det mest sannolika värdet, $\hat{E}_1$, för energin efter kollisionen blir följaktligen

$$\bar{E}_1 = \hat{E}_1 = \frac{1}{2} \cdot (E_o + E_{min}) = \frac{E_o}{2} \cdot \{1 + (\frac{A - 1}{A + 1})^2\} \qquad (90)$$

där (88) har utnyttjats. Vid en kollision förlorar neutronen således i medeltal alltid samma procentuella andel av sin energi. $\bar{E}_1/E_o$ som funktion av A visas i Fig 47.

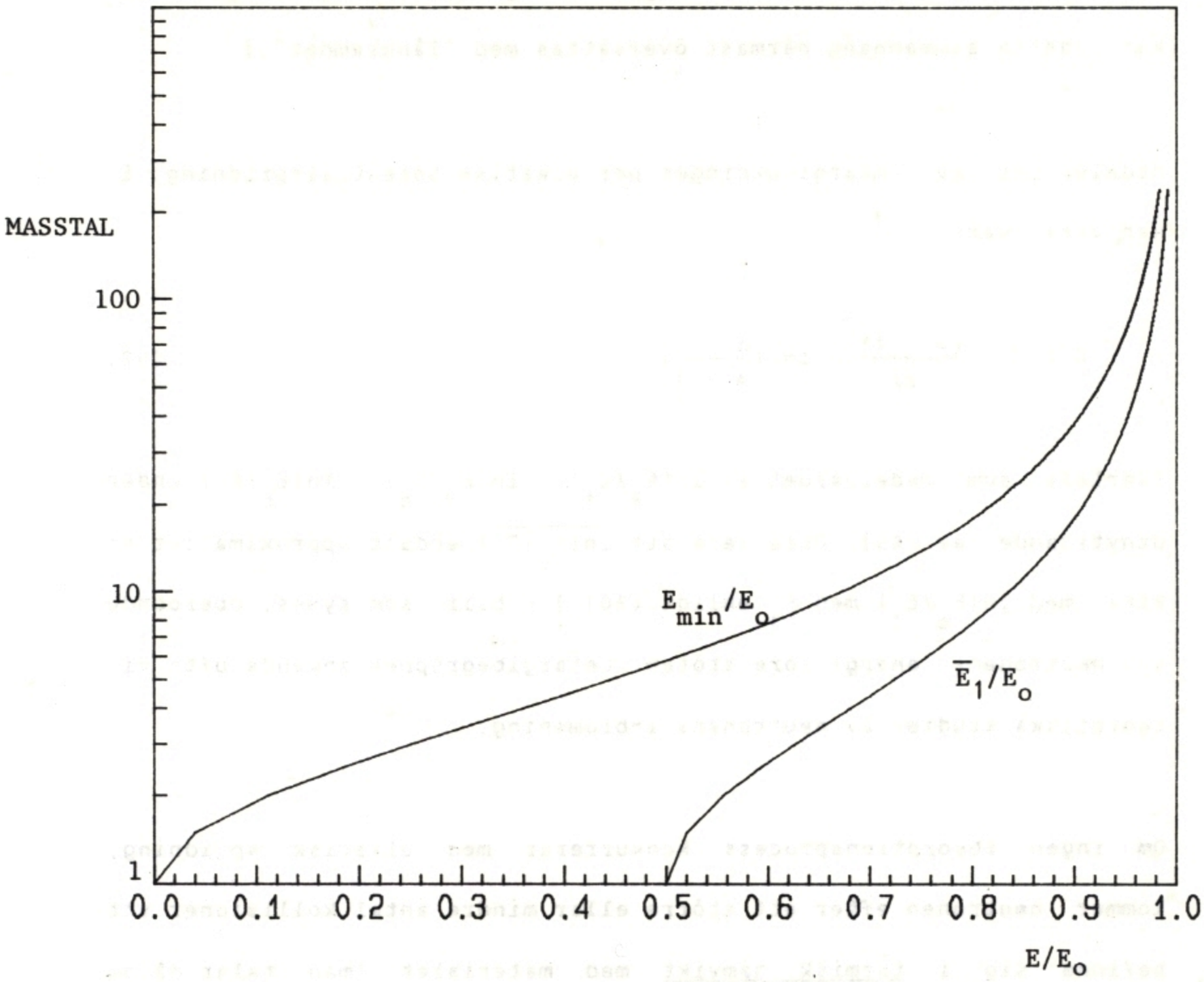



**Fig 47.** $E_{min}/E_o$ och $\bar{E}_1/E_o$ som funktion av masstalet, A.

Neutronens <u>letargi</u>, u, definieras som

$$u = \ln \frac{E}{E_R} \qquad (91)$$

där E är neutronens faktiska energi och $E_R$ ett referensvärde, ofta

valt till neutronens energi före sin första växelverkansprocess. Vid varje spridning ökar alltså neutronens letargi. (Detta märkliga ord härstammar från latinets "lethargia" och grekiskans "lethargos". Det kan i detta sammanhang närmast översättas med "långsamhet".)

Medelvärdet av letargi-ökningen per elastisk potentialspridning, $\xi$, kan visas vara

$$\xi = 1 - \frac{(A-1)^2}{2A} \cdot \ln\left(\frac{A+1}{A-1}\right) \qquad (92)$$

(Härleds som medelvärdet av $\ln(E_R/E_1) - \ln(E_R/E_o) = \ln(E_o/E_1)$ under utnyttjande av (89). Observera att $\overline{\ln(E_o/E_1)}$ endast approximativt är lika med $\ln(E_o/\overline{E}_1)$ med $\overline{E}_1$ enligt (90).) $\xi$ blir, som synes, oberoende av neutronens energi före stöten. Letargibegreppet används ofta vid teoretiska studier av neutronens inbromsning.

Om ingen absorptionsprocess konkurrerar med elastisk spridning, kommer neutronen efter ett större eller mindre antal kollisioner att befinna sig i <u>termisk jämvikt</u> med materialet (man talar då om <u>termiska neutroner</u>, vilkas rörelse i materialet ofta kan beskrivas som en diffusion). Den mest sannolika kinetiska energin, $\hat{E}$, hos en termisk neutron ges av Boltzmann-fördelningen:

$$\hat{E} = kT \qquad (93)$$

k = Boltzmanns konstant

T = materialets absoluta temperatur.

Vid rumstemperatur, T = 293 K blir $\hat{E}$ = 0.025 eV.

Medel-letargiökningen, $\xi$, vid varje elastisk potentialspridning ges av (92). Det antal sådana kollisioner, N, som i medeltal krävs för att minska energin från E' till E'' blir således

$$N = \frac{\ln \frac{E_R}{E''} - \ln \frac{E_R}{E'}}{\xi} = \frac{\ln \frac{E'}{E''}}{\xi} \qquad (94)$$

I Tabell 5 visas för några olika ämnen det antal kollisioner, N, som enligt (94) åtgår för att bromsa en neutron från 2 MeV till 0.025 eV. Vi ser att N snabbt ökar med masstalet.

| Element | Z | A | $\xi$ | N |
|---|---|---|---|---|
| H | 1 | 1 | 1.00 | 18 |
| D | 1 | 2 | 0.725 | 25 |
| He | 2 | 4 | 0.425 | 43 |
| Li | 3 | 7 | 0.268 | 67 |
| Be | 4 | 9 | 0.208 | 87 |
| C | 6 | 12 | 0.158 | 114 |
| O | 8 | 16 | 0.120 | 150 |
| U | 92 | 238 | 0.0084 | 2150 |

Tabell 5. Det antal elastiska potentialspridningar, N, som enligt (94) i medeltal åtgår för att bromsa neutroner från 2 MeV till 0.025 MeV. Ämnenas respektive värde på $\xi$ anges också.

De gjorda överläggningarna försummar såväl atomkärnans bindning till materialet (den har betraktats som fri) som dess värmerörelse (den ligger inte helt stilla). Våra samband kan alltså bara gälla vid energier över någon eV. Det antagande om isotrop spridning i tyngdpunktssystemet, på vilket (89) bygger, är riktigt endast vid

måttligt höga energier, under 0.1 - 1 MeV. Sambanden (88), (89), (90), (92) och (94) gäller följaktligen för energier mellan någon eV och några hundra keV (Tabell 5 utgör alltså en oförsiktig men åskådlig extrapolation).

Elastisk spridning är en viktig växelverkansprocess vid alla energier; i området mellan 30 eV och 0.5 MeV är det den helt dominerande processen. Det typiska ödet för en neutron som infaller i ett material med en energi under ≈ 0.5 MeV är följaktligen att genomgå ett större eller mindre antal elastiska spridningar och slutligen infångas, innan eller efter att den har bromsats till termisk jämvikt med materialet.

Vissa mycket tunga nuklider utgör viktiga undantag från denna regel. Exempelvis har $^{235}U$ vid termiska energier ett stort tvärsnitt för neutroninducerad fission, $\sigma_{n,f}$. Vid fissionen emitteras, utöver kärnfragmenten, i medeltal 2.4 snabba neutroner samt frigörs en energi om ca 200 MeV (!). De flesta av dagens kärnkraftverk är baserade på denna reaktion. Man använder oftast vatten till att bromsa de snabba neutronerna till termisk energi. Fissionstvärsnitten, $\sigma_{n,f}$, för några tunga nuklider visas i Fig 48 och 49.

Vi ser att tvärsnitten för $^{235}U$ och $^{239}Pu$ är flera tiopotenser större för termiska neutroner än för snabba, medan $^{237}Np$ och $^{238}U$ har en tröskel för processen. Observera också 1/v-beroendet hos $^{235}U$ och $^{239}Pu$ vid energier under deras respektive första resonans.

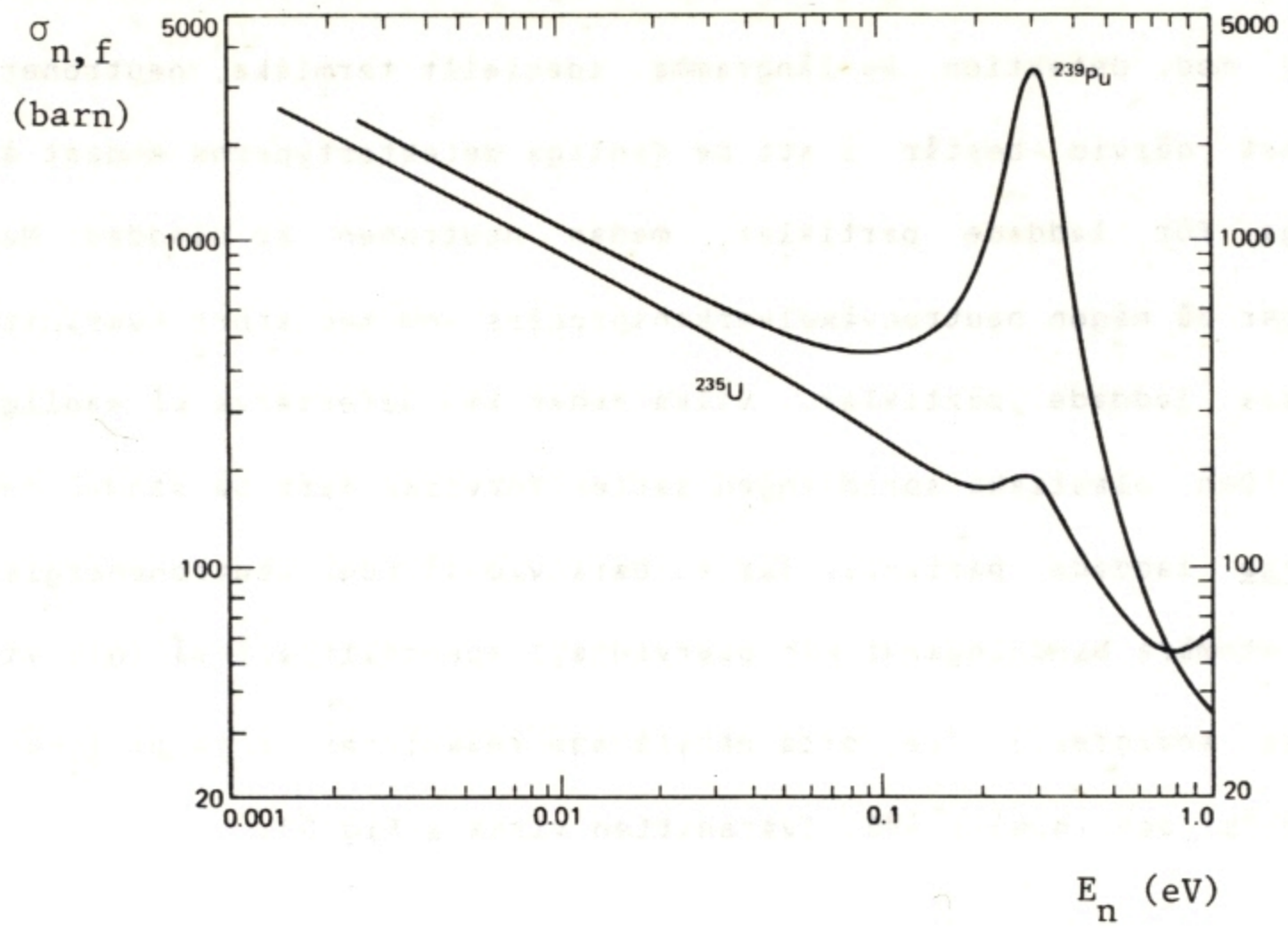



Fig 48. Tvärsnittet för neutroninducerad fission, $\sigma_{n,f}$, i $^{235}U$ och $^{239}Pu$.

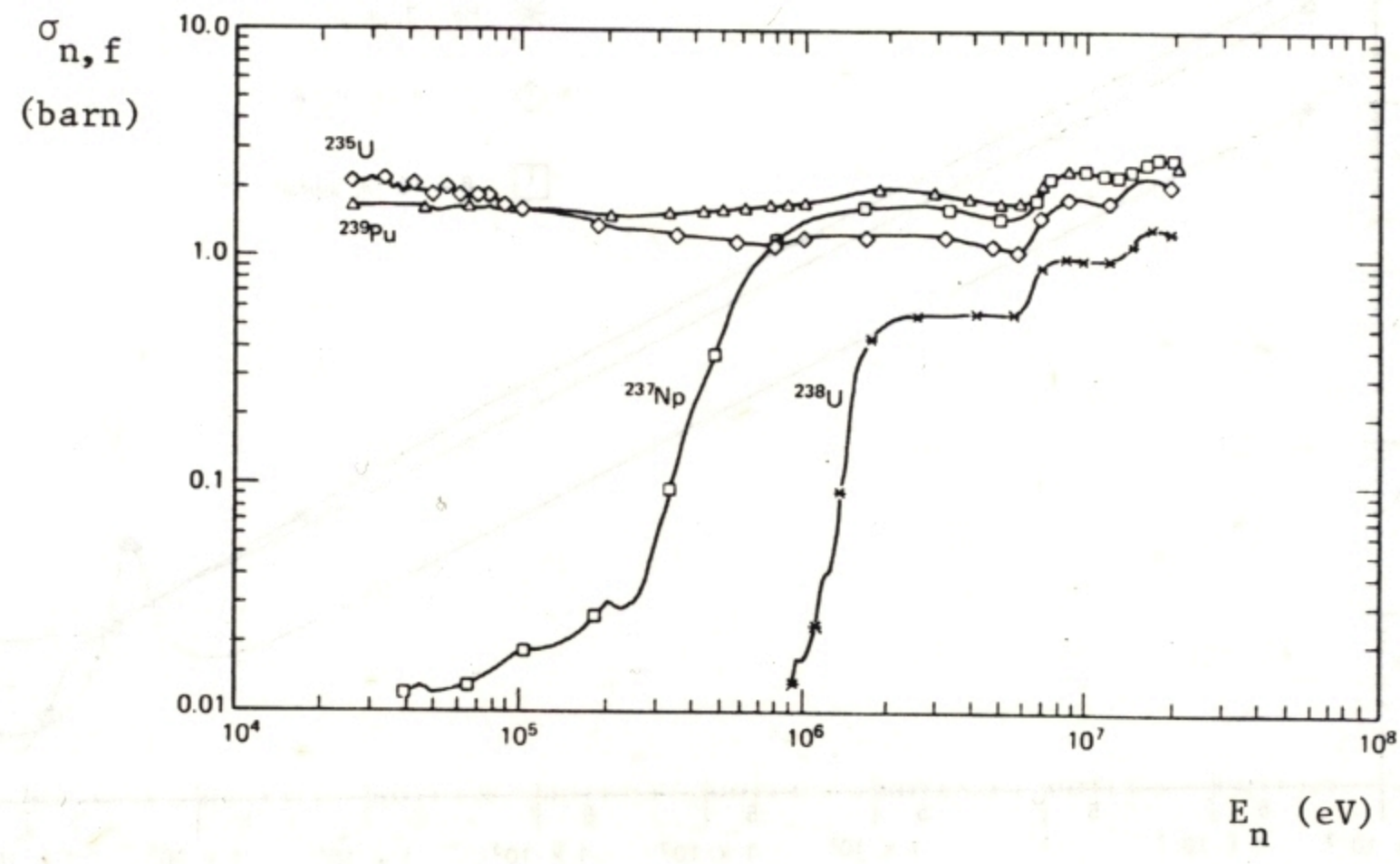



Fig 49. Samma som Fig 48 men vid högre energier och dessutom för $^{237}Np$ och $^{238}U$.

Ytterligare tre undantag skall nämnas pga deras tekniska intresse i samband med detektion av långsamma, speciellt termiska, neutroner. Problemet därvid består i att de vanliga detektortyperna endast är känsliga för laddade partiklar, medan neutronen är oladdad. Man utnyttjar då någon neutronväxelverkansprocess som med stort tvärsnitt ger fria laddade partiklar, vilka sedan kan detekteras på vanligt sätt. (Den elastiska spridningen sätter förvisso fart på atomkärnor men fria laddade partiklar får vi bara vid så höga neutronenergier att de atomära bindningarna kan övervinnas, speciellt alltså inte vid termiska energier.) Tre ofta utnyttjade reaktioner är (n,p) i $^{3}He$, (n,α) i $^{6}Li$ och (n,α) i $^{10}B$. Tvärsnitten visas i Fig 50.

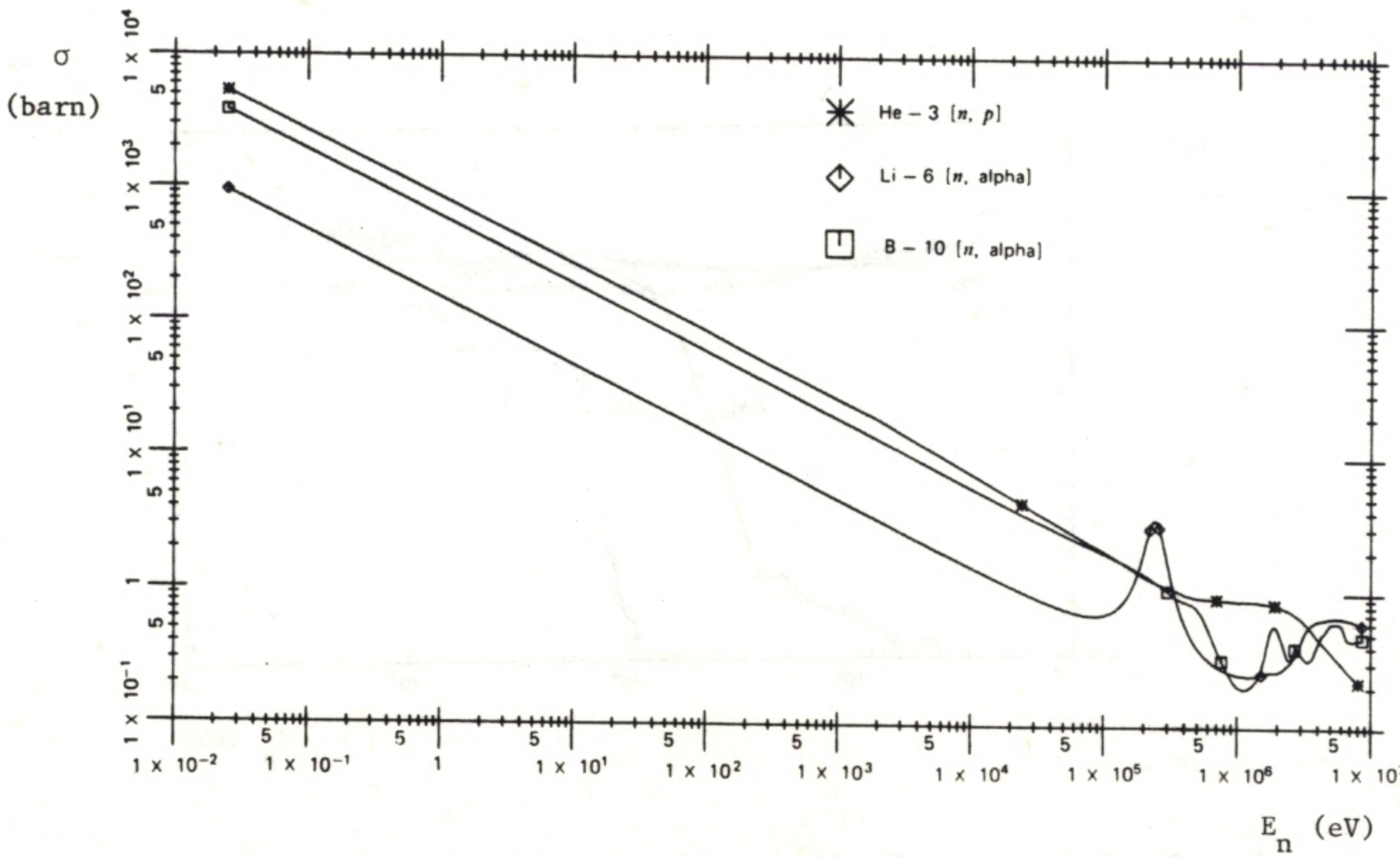



Fig 50. $\sigma_{n,p}$ i $^{3}He$, $\sigma_{n,\alpha}$ i $^{6}Li$ och $\sigma_{n,\alpha}$ i $^{10}B$.

Vi ser att processerna har mycket stora tvärsnitt vid låga energier och att 1/v-lagen gäller inom ett flera tiopotenser stort område.

Även den ovan nämnda neutroninducerade fissionen av t ex $^{235}U$ kan naturligtvis utnyttjas för detektion av termiska neutroner, emedan största delen av den vid processen frigjorda energin tilldelas kärnfragmenten.

### 4.2.3 Hög neutronenergi

Med ökande neutronenergi blir allt fler växelverkansprocesser möjliga, se Fig 46. Den viktigaste av dessa, med en tröskel av storleksordningen 0.5 MeV är inelastisk spridning, (n,nγ), vid vilken compoundkärnans excitationsenergi fördelas på en emitterad neutron och γ-strålning. Tröskelenergier av samma storleksordning har de processer vid vilka compoundkärnan sönderfaller under emission av en laddad partikel, (n,p) och (n,α). Vid högre energier, större än storleksordnigen 10 MeV kan mer än en partikel emitteras: (n,2n), (n,np), (n,2p), (n,nα), (n,3n), ... . Mellan 10 och 50 MeV är (n,2n) ofta en dominerande process. Slutligen, vid mycket höga energier (större än storleksordningen 50 MeV) kan neutronen inducera fission av den träffade kärnan.

Vid utträdet ur kärnan måste en laddad partikel, såsom en proton eller en α-partikel, övervinna den elektrostatiska kärnpotentialen ("inifrån"). Neutronen har inte detta problem och är väsentligen därför den vid alla energier vanligast emitterade partikeln (bortsett från fotonen) vid compoundkärnans sönderfall. Compoundkärnans neutronöverskott har givetvis också en viss betydelse för dess val av emitterad partikel, men neutronemission dominerar ofta även då en

compoundkärna har bildats genom absorption av en proton eller en α-partikel.

Vi får inte heller glömma att det är neutronens avsaknad av positiv laddning som gör det möjligt för den att vid låg energi överhuvudtaget nå så nära en atomkärna att en compoundkärna kan bildas. Vi ser här också förklaringen till att elastisk resonansspridning, (n,n), är möjlig redan vid mycket låga energier, medan t ex (n,p)-processen har en tröskel.

Vid hög energi går, enligt teorin, det totala tvärsnittet, $\sigma_t$, asymptotiskt mot värdet $2\pi R^2$

$$\lim_{E_n \to \infty} \sigma_t = 2\pi R^2 \qquad (95)$$

där $\pi R^2$ är kärnans geometriska tvärsnitt. $\sigma_t$ ligger för de flesta nuklider inom en faktor $\approx 2$ från gränsvärdet, $2\pi R^2$, vid neutronenergier om något tiotal MeV och däröver. Vi har sett att tvärsnittet vid lägre energier ofta är väsentligt större än $2\pi R^2$ ($\pi R^2 = 1$ barn för A = 65) speciellt vid termiska energier (se t ex Tabell 4; tänk också på 1/v-lagen) och i resonanstoppar. Materien är följaktligen förhållandevis transparent för mycket snabba och ultrasnabba neutroner.

## 4.3 Något om attenuering av neutroner

Man kan härleda ett uttryck för en neutronstråles attenuering i materia på samma sätt som för en fotonstråle, varför vi hänvisar till avsnitt 2.7.1 och 2.7.2 och bara skriver upp resultaten.

En neutronstråle i god geometri attenueras enligt

$$\dot{N}(x) = \dot{N}_o \cdot e^{-\mu x} \qquad (96)$$

$\dot{N}(x)$ = neutronflödet [$s^{-1}$] i strålen på djupet x i materialet

$\dot{N}_o$ = $\dot{N}(0)$, dvs neutronflödet vid strålens inträde i materialet

$\mu$ = den linjära attenueringskoefficienten (för neutroner), given av

$$\mu = \varrho \cdot \frac{N}{M} \cdot \sigma_t \qquad (97)$$

$N_A$ = Avogadros tal

$\varrho$ = materialets densitet

M = dess molvikt

$\sigma_t$ = dess totala tvärsnitt per atom för växelverkan.

Ekvation (96) kan också skrivas

$$\dot{N}(x) = \dot{N}(0) \cdot e^{-\frac{\mu}{\varrho} \cdot \varrho x} \qquad (98)$$

där $\mu/\varrho$ är massattenueringskoefficienten (för neutroner). En komplikation jämfört med fotonens växelverkan består i att olika isotoper av ett givet grundämne kan ha vitt skilda värden på $\mu/\varrho$. Massattenueringskoefficienten för ett absorbatormaterial sammansatt

av flera nuklider beräknas som ett viktat medelvärde av de ingående nuklidernas $\mu/\varrho$, där vikterna utgörs av respektive nuklids viktsandel av materialet (jämför med motsvarande regel i fotonfallet, avsnitt 2.7.2). Detta under förutsättning att neutronens energi är så hög att materialets kemiska struktur saknar betydelse, dvs större än någon eV.

Den linjära attenueringskoefficienten, $\mu$, kallas inom neutronfysiken ofta "makroskopiskt tvärsnitt", betecknat $\Sigma$, till skillnad från det "mikroskopiska tvärsnittet", varmed menas vårt vanliga tvärsnitt per atom, $\sigma$. Man talar ibland även om det makroskopiska tvärsnittet för någon viss växelverkansprocess, varmed alltså menas processens ifråga bidrag till den linjära attenueringskoefficienten, $\mu$. Benämningen bör undvikas, eftersom $\mu$ inte är något tvärsnitt (enhet: $m^{-1}$).

I Tabell 4 visas $\mu$, $\mu/\varrho$ samt den fria medelväglängden, mfp = $1/\mu$, (se avsnitt 2.7.1) för några olika ämnen vid termisk energi.

Emedan vi vid en växelverkan mycket ofta återfår en fri neutron (med lägre energi), kan buildup-faktorn (avsnitt 2.7.5) anta ansenliga värden. En strålskärm måste därför göras väsentligt tjockare än vad som kan synas rimligt med hänsyn till neutronernas fria medelväglängd, mfp. Som vi har sett är neutronens växelverkan med materia ofta förknippad med emission av fotoner (infångning och inelastisk spridning). Det handlar om fotoner med ganska hög energi, för infångningsfotonernas del typiskt flera MeV. Bl a i strålskyddssammanhang spelar denna fotonstrålning en väsentlig roll: Inte bara neutronstrålningen måste attenueras utan även den resulterande $\gamma$-strålningen. (De laddade partiklar som sätts i rörelse vid neutronens växelverkan, såsom rekylkärnor vid elastisk spridning,

har mycket kort räckvidd och bidrar därför bara till den lokala stråldosen.)

## APPENDIX A: Något om rymdvinklar

Rymdvinkeln (vanligen betecknad Ω, enhet: 1 steradian, 1 sr) är en tredimensionell släkting till den vanliga, plana vinkeln. Den senare mäts i enheten 1 radian, vilken definieras med hjälp av enhetscirkeln: En sammanhängande bit av cirkelperiferin med längden L längdenheter svarar mot en vinkel av storleken L radianer som i Fig 51.

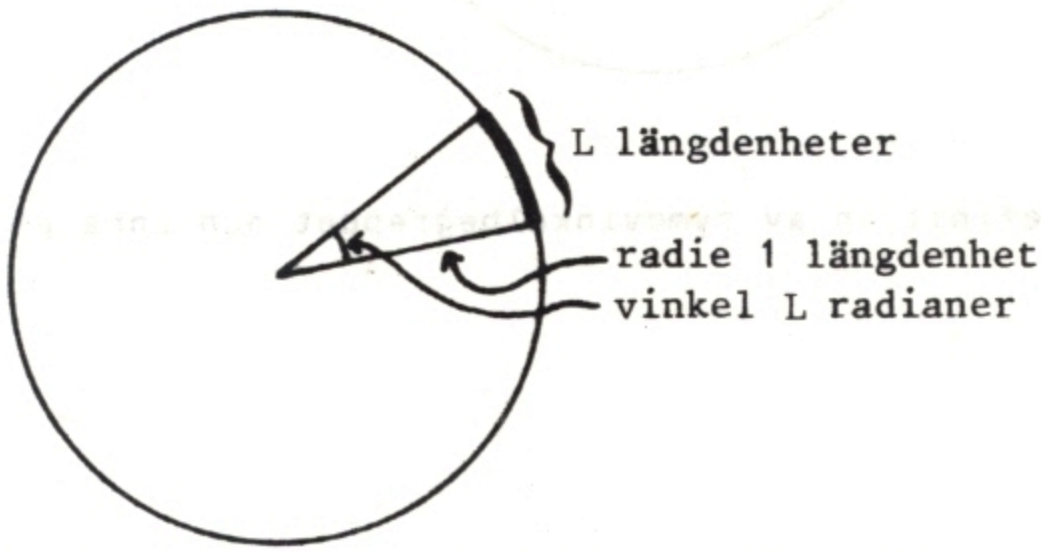



**Fig 51. Definition av vinkelenheten 1 radian med hjälp av enhetscirkeln.**

Det följer att ett helt varv, $360^{o}$, motsvarar $2\pi$ radianer.

Rymdvinkelbegreppet införs helt analogt med hjälp av enhetssfären, dvs en sfär vars radie är 1 längdenhet: En sammanhängande del av sfärens yta med arean A ytenheter definierar en rymdvinkel om A steradianer som i Fig 52.

## APPENDIX A: Något om rymdvinklar

Rymdvinkeln (vanligen betecknad Ω, enhet: 1 steradian, 1 sr) är en tredimensionell släkting till den vanliga, plana vinkeln. Den senare mäts i enheten 1 radian, vilken definieras med hjälp av enhetscirkeln: En sammanhängande bit av cirkelperiferin med längden L längdenheter svarar mot en vinkel av storleken L radianer som i Fig 51.

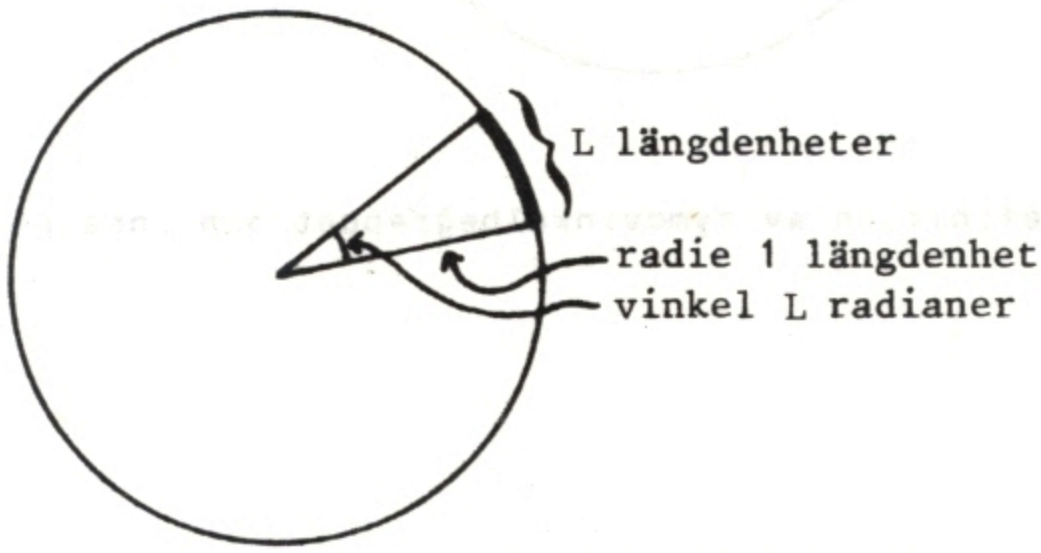



**Fig 51. Definition av vinkelenheten 1 radian med hjälp av enhetscirkeln.**

Det följer att ett helt varv, $360^{o}$, motsvarar $2\pi$ radianer.

Rymdvinkelbegreppet införs helt analogt med hjälp av enhetssfären, dvs en sfär vars radie är 1 längdenhet: En sammanhängande del av sfärens yta med arean A ytenheter definierar en rymdvinkel om A steradianer som i Fig 52.

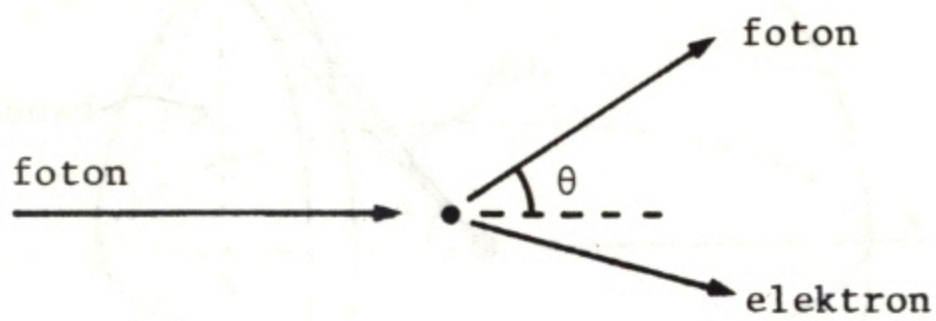



**Fig 53. Comptonspridning.**

En foton kommer in från vänster och växelverkar med en elektron, resulterande i att båda lämnar platsen, s k comptonspridning, se Fig 53.

Antalet fotoner, dn, som sprids i en viss riktning, θ, ges av produkten av en komplicerad funktion av θ, f(θ), och det betraktade rymdvinkelelementets storlek, dΩ (antalet fotoner som sprids <u>exakt</u> i en viss riktning är alltid noll):

$$dn = f(\theta) \cdot d\Omega \qquad (99)$$

När, som här, spridningen är symmetrisk kring infallsriktningens förlängning, är det klokt att välja ett rymdvinkelelement, dΩ, som likaledes bara beror av θ. Fig 54 visar ett sådant val (i form av det motsvarande ytelementet dA).

Ytelementets area är $dA = 2\pi \sin\theta \, d\theta$ ytenheter (längd·bredd), dvs $d\Omega = 2\pi \sin\theta \, d\theta$ och

$$dn = f(\theta) \cdot 2\pi \sin\theta \, d\theta \qquad (100)$$

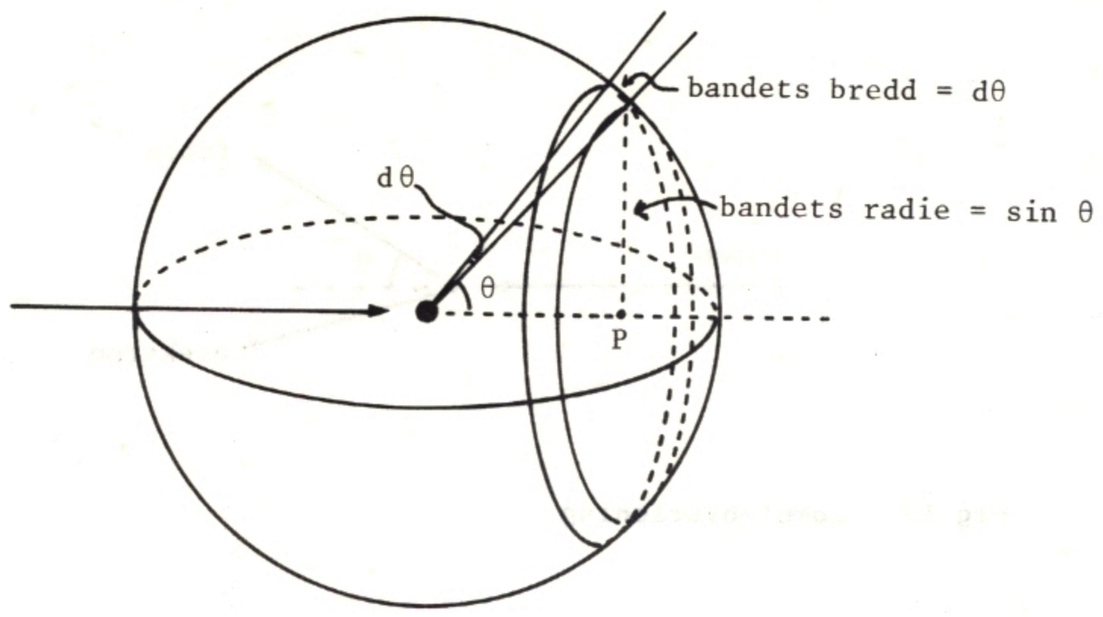



Fig 54. Ett ytelement, dA, i form av ett smalt cirkulärt band på enhetssfärens yta. Bandets medelpunkt ligger i punkten P på förlängningen till fotonens infallsriktning, dess radie är sinθ och dess bredd dθ.

Integration ger det totala antalet spridda fotoner, n:

$$n = \int_{\theta=0}^{\pi} dn = 2\pi \int_{0}^{\pi} f(\theta) \sin\theta \, d\theta \qquad (101)$$

## APPENDIX B: Något om tvärsnitt

Tvärsnittet (cross section) för en viss växelverkansprocess har den åskådliga innebörden av en träffyta. Vi belyser begreppet med ett enkelt men illustrativt exempel, där vi tänker oss de växelverkande partiklarna som homogena kulor. Se Fig 55.

En kula, nr 1, med radien $r_1$, skjuts mot kula nr 2 (som svävar fritt i rummet), vars radie är $r_2$. Växelverkan mellan kulorna antas förutsätta att de kommer i "kroppskontakt".

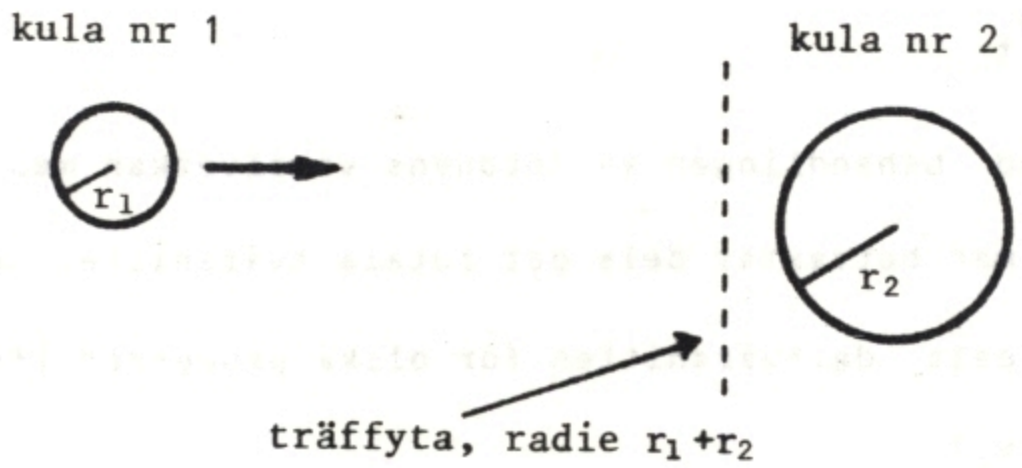



Fig 55. Växelverkan mellan två kulor.

Tvärsnittet för växelverkan, $\sigma$, definieras som storleken av den yta inom vilken tyngdpunkten hos kula 1 måste träffa för att växelverkan skall ske. Man inser att i vårt exempel träffytan ifråga blir en cirkulär yta med radien $r_1 + r_2$ och arean

$$\sigma = \pi(r_1 + r_2)^2 \qquad (102)$$

Observera att $\sigma$ beror på båda kulornas storlek.

$\sigma$ utgör det totala tvärsnittet för växelverkan och får därför subskriptet t: $\sigma_t$. Ofta delar man upp detsamma i olika deltvärsnitt

efter det resultat växelverkan får. Antag, som exempel, att växelverkan mellan våra två kulor kan få två olika resultat: Händelse A (elastisk stöt) med sannolikheten $P_A$ och händelse B (kula nr 2 splittras) med sannolikheten $P_B$. Det måste gälla att $P_A + P_B = 1$. Tvärsnittet för händelse A, $\sigma_A$, blir då:

$$\sigma_A = P_A \cdot \sigma_t \qquad (103)$$

och för händelse B:

$$\sigma_B = P_B \cdot \sigma_t \qquad (104)$$

så att

$$\sigma_A + \sigma_B = \sigma_t \qquad (105)$$

Jämför t ex med behandlingen av fotonens växelverkan med materia i avsnitt 2, där man betraktar dels det totala tvärsnittet som en atom uppvisar, $\sigma_t^a$, dels deltvärsnitten för olika processer (fotoeffekt, comptoneffekt osv.).

Vi kan gå vidare och fråga efter vinkelfördelningen för kula nr 1 efter en växelverkan av typ A (elastisk stöt). (Kulorna antas vara så små att vi inte på förhand kan bestämma hur de skall kollidera.)

Vi inför en spridningsvinkel, θ, för kula 1 som i Fig 56.

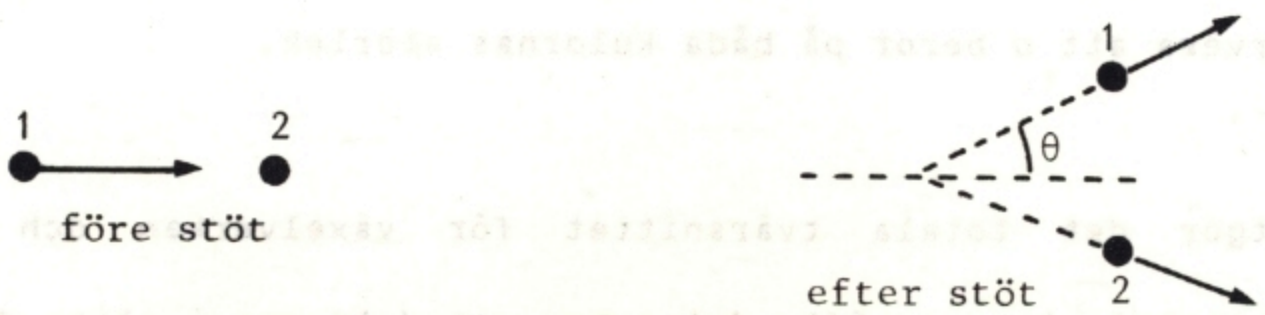



Fig 56. Definition av spridningsvinkeln θ.

Sannolikheten för att kula 1 efter stöten skall avlägsna sig i riktningen $\theta$ och inom ett litet rymdvinkelelement $d\Omega$ (se appendix A) blir en funktion av $\theta$, $f(\theta)$, multiplicerad med $d\Omega$. Det motsvarande lilla tvärsnittet, $d\sigma_A(\theta)$, kallas ett differentiellt tvärsnitt. Det blir produkten av $\sigma_A$ och nämnda sannolikhet:

$$d\sigma_A(\theta) = \sigma_A \cdot f(\theta) \cdot d\Omega \qquad (106)$$

Vi kan göra motsvarande betraktelse för exempelvis den kinetiska energin, $E_1$, hos kula 1 efter en elastisk stöt (händelse A): Sannolikheten att kulan efter stöten skall ha en kinetisk energi mellan E och E + dE är produkten av en funktion g (av bl a E) och dE, så att motsvarande differentiella tvärsnitt, $d\sigma_A(E_1)$, kan skrivas:

$$d\sigma_A(E_1) = \sigma_A \cdot g \cdot dE \qquad (107)$$

Ofta är man intresserad av inverkan av flera parametrar samtidigt. Man kan då, med analoga resonemang, bilda dubbla, trefaldiga osv differentiella tvärsnitt som t ex:

$$d\sigma_A(\theta,E_1) = \sigma_A \cdot f(\theta) \cdot h(\theta,E_1, \ldots) \cdot d\Omega \cdot dE \qquad (108)$$

Vi tolkar detta differentiella tvärsnitt i ord: $d\sigma_A(\theta,E_1)$ = [totala tvärsnittet för växelverkan, $\sigma_t$] · [ sannolikheten att därvid en elastisk stöt skall ske, $P_A$, ($\sigma_t \cdot P_A = \sigma_A$)] · [sannolikheten att kula 1 efter en sådan stöt skall avlägsna sig inom rymdvinkelelementet $d\Omega$ i riktningen $\theta$, $f(\theta) \cdot d\Omega$] · [sannolikheten att, om alla tidigare villkor gäller, den kinetiska energin hos kula 1, $E_1$, skall ligga mellan E och E + dE, $h(\theta, E_1, \ldots)\cdot dE$].

Det först betraktade differentiella tvärsnittet, $d\sigma_A(\theta)$, avsåg alltså en händelse där spridningsvinkeln, $\theta$, antog ett visst värde (inom gränser definierade av $d\Omega$) medan andra storheter, som t ex den

kinetiska energin, $E_1$, fick bli vad de ville.

I det andra fallet, $d\sigma_A(E_1)$, betraktade vi på motsvarande sätt energin, $E_1$.

Slutligen, i det tredje exemplet, uttryckte vi det differentiella tvärsnittet, $d\sigma_A(\theta,E_1)$, för en händelse där såväl $\theta$ som $E_1$ antog bestämda värden (inom gränser definierade av $d\Omega$ och $dE$).

Vi avslutar med den generella definitionen av tvärsnitt enligt ICRU 33. Tänk på kulorna så genomskådar du den säkert:

En målpartikels (target-partikels) tvärsnitt, $\sigma$, för en viss växelverkansprocess är

$$\sigma = \frac{P}{\Phi} \qquad (109)$$

där P är sannolikheten för processen ifråga då <u>en</u> målpartikel bestrålas med fluensen $\Phi$ av den aktuella typen av strålning.